

Тема 13. Ізопроееси в газах. Об'єднаний газовий закон.

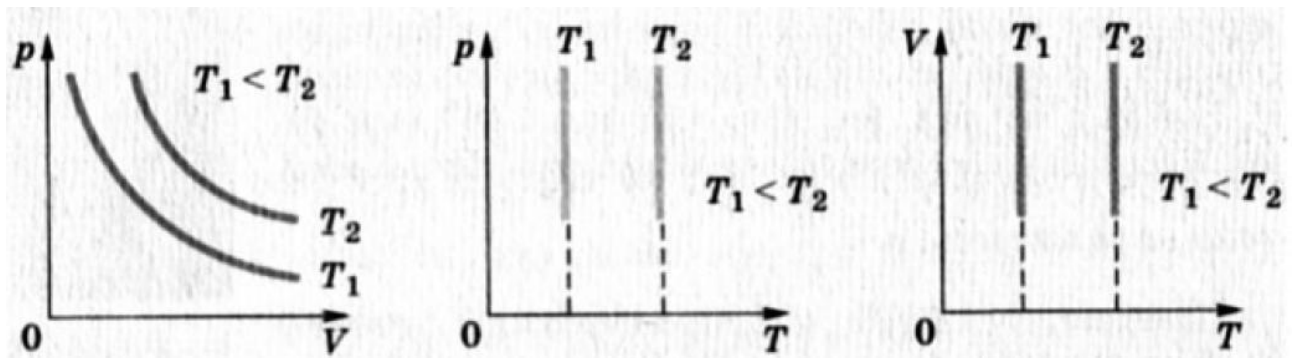
Закон Бойля-Маріотта. При сталій температурі об'єм V даної маси газу обернено пропорційний тиску газу P , таким чином має місце співвідношення:

$$PV = \text{const} \quad (m = \text{const}, T = \text{const}).$$

Для двох станів, в яких газ займає об'єм V_1 та V_2 і має тиски P_1 та P_2 , має місце рівність:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2.$$

Тепловий процес, який відбувається при сталій температурі, називається **ізотермічним**. Нижче наведено графіки **ізотерм** в різних системах координат.



Закон Гей-Люссака. За сталого тиску відносна зміна об'єму газу даної маси прямо пропорційна зміні температури:

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \alpha t \quad \text{або} \quad V = V_0(1 + \alpha t),$$

де V_0 – об'єм газу при температурі $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Коефіцієнт пропорційності α називається термічним коефіцієнтом об'ємного розширення. Його значення наближено дорівнює:

$$\alpha \approx \frac{1}{273} \text{K}^{-1}.$$

Закон Гей-Люссака також можна записати у вигляді:

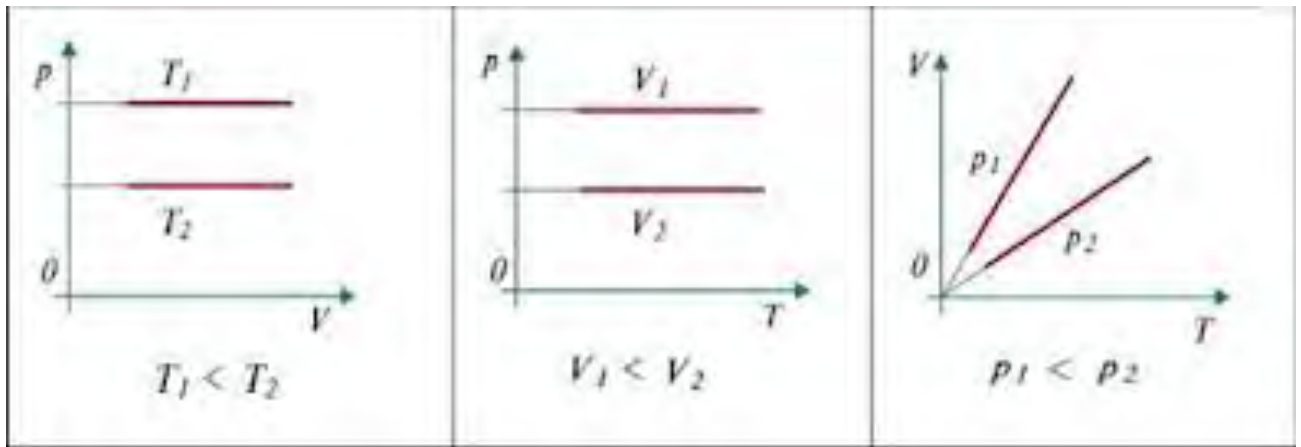
$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad (m = \text{const}, P = \text{const}).$$

Для двох станів газу, в яких об'єми і температури дорівнюють відповідно V_1, T_1 та V_2, T_2 має місце рівність:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Тепловий процес, який відбувається за сталого тиску, називається **ізобарним**, а лінії, що його зображають, **ізобарами**.

Нижче наведено графіки ізобар в різних системах координат.



Закон Шарля. За сталого об'єму відносна зміна тиску газу даної маси прямо пропорційна зміні температури:

$$P = P_0(1 + \alpha t),$$

де P_0 – тиск газу при температурі $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Коефіцієнт пропорційності α є термічним коефіцієнтом тиску:

$$\alpha \approx \frac{1}{273} \text{K}^{-1}.$$

Закон Шарля також можна записати у вигляді:

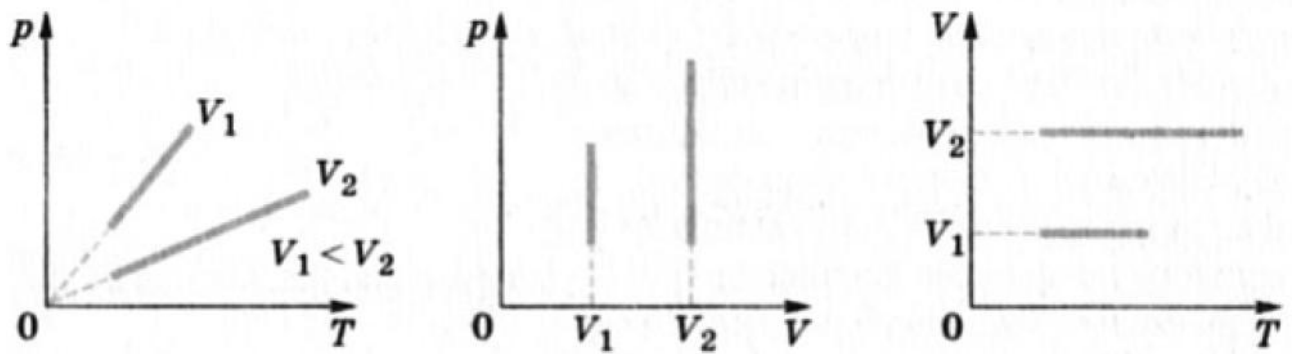
$$\frac{P}{T} = \text{const} \quad (m = \text{const}, V = \text{const}).$$

Для двох станів газу, в яких тиски і температури дорівнюють відповідно P_1, T_1 та P_2, T_2 має місце рівність:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}.$$

Тепловий процес, який відбувається за сталого об'єму, називається **ізохорним**, а лінії, що його зображають, **ізохорами**.

Нижче наведено графіки ізохор в різних системах координат.



Об'єднаний газовий закон. Відношення добутку тиску та об'єму газу до його абсолютної температури за незмінної маси є величина постійна:

$$\frac{PV}{T} = \text{const} \quad (m = \text{const}).$$

Для двох станів газу параметрами P_1, V_1, T_1 та P_2, V_2, T_2 має місце рівність:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}.$$

Рівняння стану ідеального газу (рівняння Менделєєва-Клапейрона):

$$PV = \frac{mRT}{M} = \nu RT \quad \text{або} \quad P = \frac{\rho RT}{M},$$

де m – маса газу, а $\rho = \frac{m}{V}$ – густина газу.

Закон Дальтона визначає тиск суміші газів. Він дорівнює сумі тисків кожного газу окремо:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n,$$

де P_i – парціальний тиск.

Загальна кількість речовини суміші дорівнює сумі кількостей речовини її компонентів:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n.$$

Приклад 1. У герметичному резервуарі об'ємом 200 л знаходяться 15 моль газу при температурі 127° С. Знайдіть тиск газу.

$$V = 200 \text{ л} = 0,2 \text{ м}^3, \nu = 15 \text{ моль}, T = 127 + 273 = 400 \text{ К}$$

$$PV = \nu RT, P = \frac{\nu RT}{V} = \frac{15 \cdot 8,31 \cdot 400}{0,2} = 2,49 \cdot 10^5 \approx 250 \text{ кПа}$$

Відповідь: 250 кПа.

Приклад 2. У скільки разів зросте тиск ідеального газу в ізохорному процесі при підвищенні температури на 20%?

$$V = \text{const}, T_2 = 1,2T_1, \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}, \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1,2.$$

Відповідь: в 1,2 рази.

Приклад 3. В ізобарному процесі об'єм газу збільшився в 4 рази. Як змінилася температура газу?

$$P = \text{const}, V_2 = 4V_1, \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}, \frac{T_2}{T_1} = 4.$$

Відповідь: збільшилась в 4 рази.

Приклад 4. Газ нагрівають у циліндрі під рухомим поршнем. При зростанні абсолютної температури в 1,4 рази об'єм газу збільшується на 40 см³. Знайдіть початковий об'єм.

$$P = \text{const}, \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, T_2 = 1,4T_1, V_2 - V_1 = 40 \text{ см}^3 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}, \frac{V_1+40}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1,4, V_1 + 40 = 1,4V_1, 1,4V_1 - V_1 = 40, 0,4V_1 = 40, \\ V_1 = 40/0,4 = 100 \text{ см}^3.$$

Відповідь: 100 см³.

Приклад 5. Газ у балоні, що має густину 0,9 кг/м³, стискають, доки густина не збільшиться при сталій температурі втричі. Потім частину газу випускають, доки тиск не повернеться до початкового значення. Знайти кінцеву густину газу.

$$\rho_1 = 0,9 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_2 = 3\rho_1$$

$$P_3 = P_1.$$

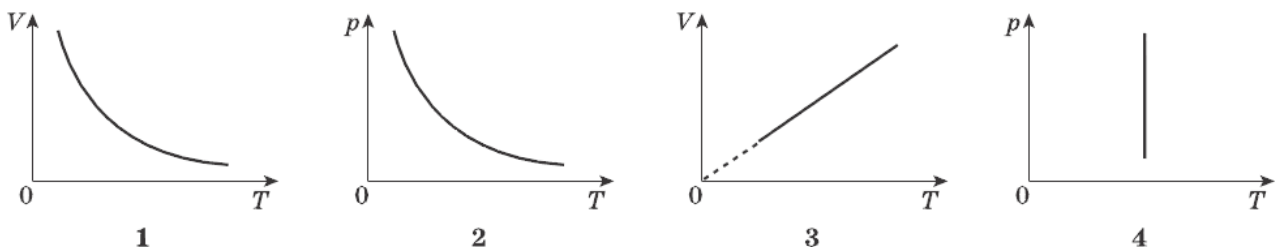
$$P = \frac{\rho RT}{M}, P_2 = 3P_1. P_3 = P_1 = 1/3P_2$$

$$PV = mRT/M, m_3 = 1/3m_2,$$

$$\rho_3 V = 1/3\rho_2 V, \rho_3 = 1/3\rho_2 = 1/3 \cdot 3\rho_1 = \rho_1 = 0,9 \text{ кг/м}^3.$$

Відповідь: 0,9 кг/м³.

Приклад 6. Який з наведених на рисунках графіків описує ізотермічний процес в ідеальному газі?



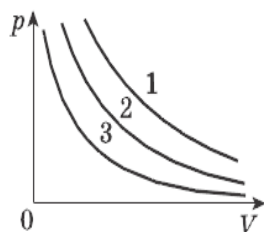
Відповідь: 4.

Приклад 7. Оберіть рівняння, яке описує ізотермічний процес для незмінної маси ідеального газу.

А $pV^\gamma = \text{const}$	Б $\frac{p}{V} = \text{const}$	В $pV = \text{const}$	Г $\frac{V}{p} = \text{const}$
------------------------------	--------------------------------	-----------------------	--------------------------------

Відповідь: В.

Приклад 8. На рисунку наведені графіки ізотермічних процесів, які відбуваються з 1 моль ідеального газу. Порівняйте температури газу під час цих процесів.



А $T_1 = T_2 = T_3$	Б $T_1 < T_2 < T_3$	В $T_1 > T_2 > T_3$	Г $T_1 < T_2 > T_3$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

Відповідь: В.

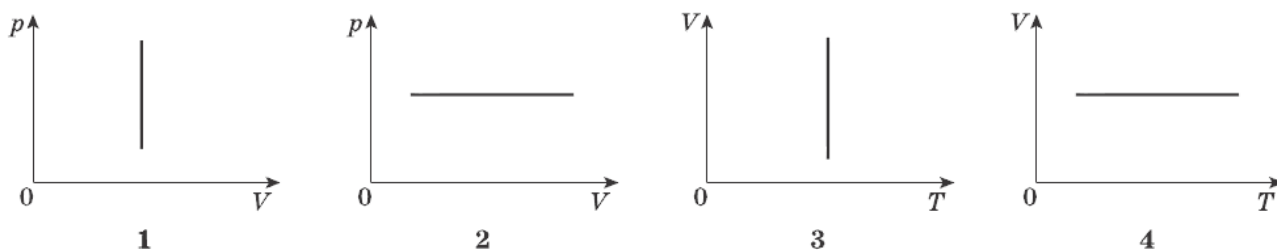
Приклад 9. У герметичному циліндрі під поршнем знаходиться ідеальний газ. На скільки відсотків зросте його тиск, якщо об'єм газу за незмінної температури зменшити на 20%?

$$T = \text{const}, V_2 = 0,8V_1$$

$$P_1V_1 = P_2V_2, P_2/P_1 = V_1/V_2 = V_1/0,8V_1 = 1/0,8 = 1,25, P_2 = 1,25P_1.$$

Відповідь: на 25%.

Приклад 10. Який із наведених на рисунках графіків описує ізобарний процес в ідеальному газі?



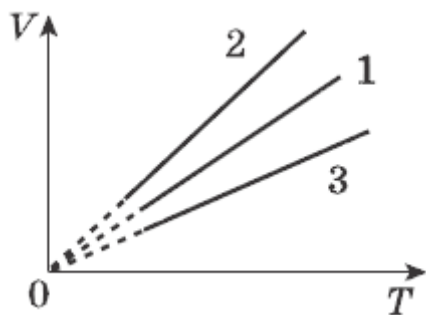
Відповідь: 2.

Приклад 11. Виберіть рівняння, яке описує ізобарний процес для незмінної маси ідеального газу.

А $\frac{p}{V} = \text{const}$	Б $\frac{V}{T} = \text{const}$	В $\frac{V}{p} = \text{const}$	Г $pV = \text{const}$
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	-----------------------

Відповідь: Б.

Приклад 12. На рисунку наведені графіки ізобарних процесів, які відбуваються з 1 моль ідеального газу. Порівняйте тиск газу під час цих процесів.



А $p_1 = p_2 = p_3$	В $p_3 > p_1 > p_2$
Б $p_1 < p_2 < p_3$	Г $p_1 < p_2 > p_3$

Відповідь: В.

Приклад 13. У герметичному циліндрі під поршнем знаходиться ідеальний газ. Поршень перебуває на висоті 20 см від дна циліндра. Температура газу становить 27°C . До якої температури (за Цельсієм) треба нагріти газ, щоб поршень піднявся до висоти 60 см? Тертя відсутнє.

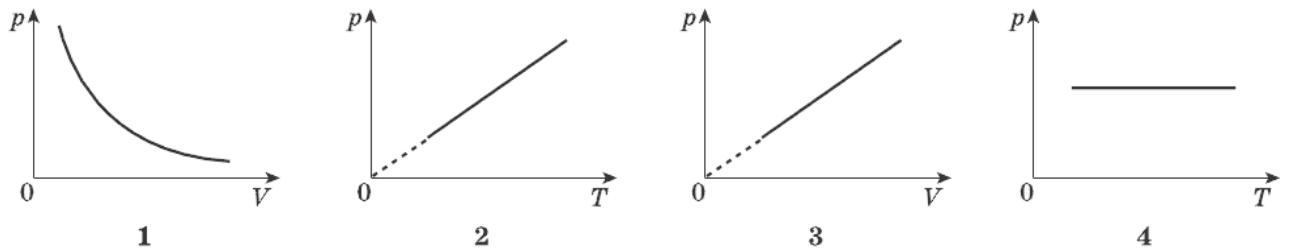
$P = \text{const}$, $h_1 = 20\text{ см}$, $T_1 = 27 + 273 = 300\text{ К}$, $h_2 = 60\text{ см}$. $t_2 = ?$

$T_2/T_1 = V_2/V_1 = h_2/h_1 = 60/20 = 3$, $T_2 = 3T_1 = 3 \cdot 300 = 900\text{ К}$,

$t_2 = 900 - 273 = 627^{\circ}\text{C}$.

Відповідь: 627°C .

Приклад 14. Який із наведених на рисунках графіків описує ізохорний процес в ідеальному газі?



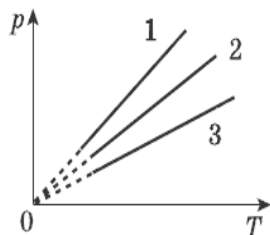
Відповідь: 2.

Приклад 15. Виберіть рівняння, яке описує ізохорний процес для незмінної маси ідеального газу.

А $\frac{p}{T} = \text{const}$	Б $pV = \text{const}$	В $pV^{\gamma} = \text{const}$	Г $\frac{V}{T} = \text{const}$
--------------------------------	-----------------------	--------------------------------	--------------------------------

Відповідь: А.

Приклад 16. На рисунку наведені графіки ізохорних процесів, які відбуваються з 1 моль ідеального газу. Порівняйте об'єм газу під час цих процесів.



А $V_1 < V_2 < V_3$	Б $V_2 < V_1 < V_3$	В $V_1 = V_2 = V_3$	Г $V_1 > V_2 > V_3$
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

Відповідь: А.

Приклад 17. У сталевому герметичному балоні нагрівають ідеальний газ. У скільки разів підвищився тиск газу, якщо температура газу зросла від 27 до 177° С?

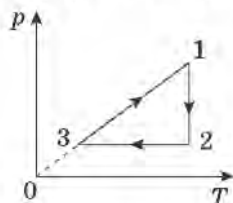
$$V = \text{const}, \quad t_1 = 27^\circ\text{C}, \quad t_2 = 177^\circ\text{C}.$$

$$P_2/P_1 = T_2/T_1 = 450/300 = 1,5, \quad P_2 = 1,5P_1.$$

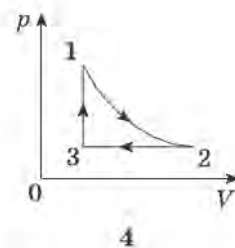
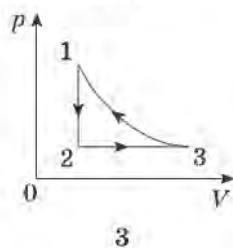
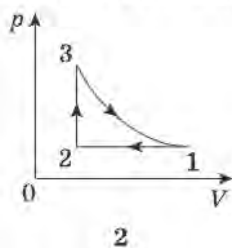
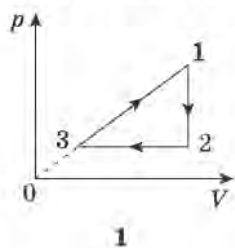
Відповідь: в 1,5 рази.

Приклад 18.

На рисунку наведено графік зміни стану ідеального газу в координатах p, T .



Який із графіків у координатах p, V відповідає цьому процесу?



Відповідь: 4.

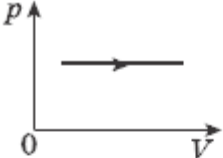
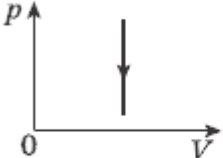
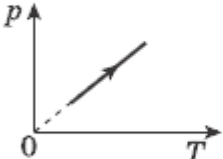
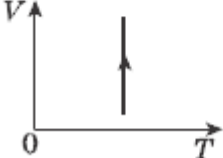
Приклад 19. У сталевому балоні знаходиться 3 моль ідеального газу при температурі 77°C і тиску $1,05 \cdot 10^6$ Па. Яким стане тиск, якщо з балона забрати 1 моль газу, а температуру зменшити до 27°C ?

Відповідь: $6 \cdot 10^5$ Па.

Приклад 20. Стала маса ідеального газу розширюється за законом $V/P=\text{const}$. У скільки разів потрібно збільшити температуру газу, щоб тиск газу зріс удвічі?

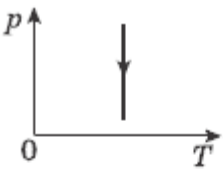
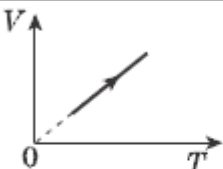
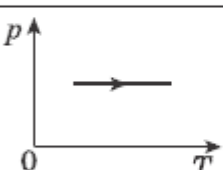
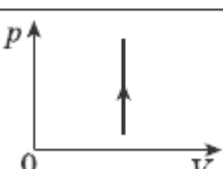
Відповідь: в 4 рази.

Приклад 21. Установіть відповідність між графіком процесу, який здійснюється над сталою масою ідеального газу, та назвою процесу.

1 	А Ізотермічне стискання
2 	Б Ізохорне нагрівання
3 	В Ізобарне розширення
4 	Г Ізохорне охолодження
	Д Ізотермічне розширення

Відповідь: 1 – В, 2 – Г, 3 – Б, 4 – Д.

Приклад 22. Установіть відповідність між графіком процесу, який здійснюється над сталою масою ідеального газу, та назвою процесу.

1		А Ізобарне стискання
2		Б Ізотермічне розширення
3		В Ізохорне охолодження
4		Г Ізохорне нагрівання
		Д Ізобарне розширення

2 – Д, 1 – Б, 3 – Д, 4 – Г.

Приклад 23. Установіть відповідність між прикладами процесів, які здійснюють над певною масою повітря, та назвами цих процесів.

1 Сталевий балон із повітрям помістили в морозильну камеру	А Ізобарне розширення
2 Гумову кульку з повітрям занурили у ванну з водою кімнатної температури	Б Ізохорне охолодження
3 Гумову кульку з повітрям помістили під ковпак працюючого вакуумного насоса	В Ізотермічне розширення
4 Запаяну з одного кінця трубку, у якій під стовпчиком ртуті знаходиться повітря, вертикально запаяним кінцем униз опускають в окріп	Г Ізохорне нагрівання
	Д Ізотермічне стискання

Відповідь: 1 – Б, 2 – Д, 3 – В, 4 – А.

Приклад 24. У вертикальному герметичному циліндрі під рухомим поршнем знаходиться ідеальний газ. Після нагрівання газу на 60 К поршень піднявся на 20% початкової висоти. Визначте (у градусах Цельсія) початкову температуру газу. Тертя відсутнє.

Відповідь: 27° С.

Приклад 25. За зростання температури міцного герметичного сталевого балона з ідеальним газом у 1,25 рази, тиск усередині балона зріс на 400 кПа. Визначте (у мегапаскалях) тиск газу після нагрівання.

Відповідь: 2 МПа.

Приклад 26. У кімнаті випарувалася краплина легкої рідини з молярною масою 160 г/моль. Визначте кількість молекул цієї рідини (як множник до 10^{16}), яка потрапляє в легені людини, що знаходиться в кімнаті, під час кожного її вдиху. Маса краплини 0,32 г, кімната має розміри 5х4х3 м, у легені людини за один вдих потрапляє 2,5 л повітря.

Відповідь: 5.

Домашнє завдання:

основне: 2.11, 2.15, 2.16, 2.18, 2.19, 2.20, 2.22, 2.26, приклади 19, 20, 24, 25, 26.

додаткове: 2.12, 2.21.