

2.553. $\sqrt{10x^2 - 21x + 2} \log_5(6x^2 - 6x + 1) \leq 0$. Відповідь: $x \in [0; 1/10] \cup \{2\}$.

2.554. $\sqrt{21x - 10x^2 - 2} \log_5(6x^2 - 6x + 1) \leq 0$.

Відповідь: $x \in \left[\frac{1}{10}, \frac{3 - \sqrt{3}}{6} \right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{3}}{6}, 1 \right] \cup \{2\}$.

2.554.* [1, § 13, приклад 3, с. 73]

$\sqrt{\log_2(1-x)(x^2 + 3x - 4)} \geq 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -4] \cup \{0\}$.

2.555. $\sqrt{x^2 - 5x + 6} \log_3(x - 1) \geq 0$. Відповідь: $x \in \{2\} \cup [3, \infty)$.

2.556. $\sqrt{x^2 - 5x + 6} \log_3(x - 1) \leq 0$. Відповідь: $x \in (1; 2] \cup \{3\}$.

2.557. $\sqrt{x^2 - 5x + 6}(\log_3(x - 1) - 1) \geq 0$. Відповідь: $x \in \{2; 3\} \cup [4, \infty)$.

2.557.* [1, § 13, приклад 5, с. 75]

$|\log_5(3-x)|(x^2 + 3x - 4) \leq 0$. Відповідь: $x \in [-4; 1] \cup \{2\}$.

2.558. $\sqrt{x^2 - 13x + 40} \log_{1/3}|x - 2| \geq 0$. Відповідь: $x \in [1; 2) \cup (2; 3] \cup \{5; 8\}$.

2.558.* [1, § 13, приклад 4, с. 75]

$(x^2 + 3x - 4) \log_5^2(3 - x) > 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -4) \cup (1; 2) \cup (2; 3)$.

2.559. $\frac{\sqrt{6-x-x^2}}{9^x - 4 \cdot 3^x + 3} \leq 0$. Відповідь: $x \in (0; 1) \cup \{-3; 2\}$.

2.560. $\frac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{4^x - 11 \cdot 2^x + 24} \geq 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -3] \cup \{2\} \cup (3, \infty)$.

2.561. $\frac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{4^x - 11 \cdot 2^x + 24} \leq 0$. Відповідь: $x \in \{-3\} \cup [2; 3)$.

•

2.562. $\sqrt{-x^2 - 3x + 4} |\log_{\operatorname{tg} x}(\sqrt{4-x} + 1)| \leq 0$. Відповідь: $x = 1$.

2.563. $\sqrt{4x^2 - 11x + 6} \log_{\cos(\pi x)}(|3x - 7| + 1) \leq 0$. Відповідь: $x = 7/3$.

2.564. $|(4x^2 + x - 3) \log_{\sin(\pi x)}(\sqrt{2x-1} + 1)| \leq 0$. Відповідь: $x = 3/4$.

2.565. $\sqrt{-x^2 - 2x + 3} |\log_{\operatorname{ctg} x}(|x + 1| + 1)| \leq 0$. Відповідь: $x \in \{-3; 1\}$.

2.5. Системи рівнянь з кількома невідомими

Група А

Розв'язати системи рівнянь (завдання **2.566** – **2.607**):

2.566. $\begin{cases} x + y = -4, \\ xy = -45. \end{cases}$ Відповідь: $\{(-9; 5); (5; -9)\}$.

2.567. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 65, \\ xy = 28. \end{cases}$ Відповідь: $\{(4; 7); (7; 4); (-7; -4); (-4; -7)\}$.

2.568. $\begin{cases} 4x^2 + 9y^2 = 34, \\ xy = 5/2. \end{cases}$

Відповідь: $\{(3/2; 5/3); (5/3; 1); (-3/2; -5/3); (-5/2, -1)\}$.

2.569. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 14, \\ x + y = 8. \end{cases}$ Відповідь: $\{(x, y) \in \emptyset\}$.

- 2.570. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 73, \\ xy = -24. \end{cases}$ Відповідь: $\{(-8; 3), (3; -8), (8; -3), (-3; 8)\}$.
- 2.571. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34, \\ x + y = -2. \end{cases}$ Відповідь: $\{(3; -5); (-5; 3)\}$.
- 2.572. $\begin{cases} 16x^2 + 25y^2 = 41, \\ xy = 1. \end{cases}$ Відповідь: $\{(5/4; 4/5), (1; 1), (-5/4; -4/5), (-1; -1)\}$.
- 2.573. $\begin{cases} 3x^2 + 5y^2 = 32, \\ x + y = 4. \end{cases}$ Відповідь: $\{(2; 2), (3; 1)\}$.
- 2.574. $\begin{cases} x^3 + y^3 = 35, \\ x + y = 5. \end{cases}$ Відповідь: $\{(2; 3); (3; 2)\}$.
- 2.575. $\begin{cases} x^3 + y^3 = 9, \\ xy = 2. \end{cases}$ Відповідь: $\{(1; 2); (2; 1)\}$.
-
- 2.576. $\begin{cases} 5xy + y^2 - 36x^2 = 0, \\ y^2 - 9xy + 20x^2 = 0. \end{cases}$ Відповідь: $\{(x, y) | y = 4x, x \in \mathbf{R}\}$.
- 2.576.* [1, § 14, приклад 4, с. 81]
 $\begin{cases} y^2 - yx - 2x^2 = 0, \\ y^2 - 5xy + 6x^2 = 0. \end{cases}$ Відповідь: $\{(x, y) : y = 2x, x \in \mathbf{R}\}$.
- 2.577. $\begin{cases} 2y^2 + 7xy + 8x^2 = 0, \\ 9x^2 - 30xy + 25y^2 = 0. \end{cases}$ Відповідь: $\{(0; 0)\}$.
- 2.578. $\begin{cases} y^2 - 5xy + 6x^2 = 0, \\ 2y^2 - 10xy + 13x^2 = 25. \end{cases}$
Відповідь: $\{(-5; -15); (5; 15); (-5; -10); (5; 10)\}$.
- 2.579. $\begin{cases} 2y^2 - 5xy + 3x^2 = 0, \\ 6y^2 - 15xy + 4x^2 = 49. \end{cases}$ Відповідь: $(x, y) \in \emptyset$.
- 2.580. $\begin{cases} 3x^2 - xy + 2y^2 = 4, \\ 2x^2 + 3xy + 3y^2 = 8. \end{cases}$
Відповідь: $\{(1; 1), (-1; -1), (2/\sqrt{31}; 8/\sqrt{31}), (-2/\sqrt{31}; -8/\sqrt{31})\}$.
- 2.580.* [1, § 14, приклад 5, с. 81]
 $\begin{cases} 5x^2 - 6xy + 5y^2 = 2, \\ 7x^2 - 2xy + 7y^2 = 4. \end{cases}$
Відповідь: $\{(3/4; 1/4), (-3/4; -1/4), (1/4; 3/4), (-1/4; -3/4)\}$.
- 2.581. $\begin{cases} 3y^2 + 2xy - \frac{2}{3}x^2 = 3, \\ \frac{11}{9}x^2 - 2xy - 3y^2 = 2. \end{cases}$ Відповідь: $\{(-3; 3); (3; -3); (-3; -1); (3; 1)\}$.
-
- 2.582. $\begin{cases} y - 2|x| + 3 = 0, \\ |y| + x - 3 = 0. \end{cases}$ Відповідь: $\{(2; 1), (0; -3), (-6; 9)\}$.
- 2.583. $\begin{cases} |x| + |y| = 1, \\ x^2 + y^2 = \frac{1}{2}. \end{cases}$
Відповідь: $\{(1/2; 1/2), (1/2; -1/2), (-1/2; 1/2), (-1/2; -1/2)\}$.

$$2.584. \begin{cases} |x| + \sqrt{3}|y| = 2, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

Відповідь: $\{(1/2; \sqrt{3}/2), (1/2; -\sqrt{3}/2), (-1/2; \sqrt{3}/2), (-1/2; -\sqrt{3}/2)\}$.

$$2.585. \begin{cases} 4|x| + |y| = 8, \\ xy = 4. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(1; 4), (-1; -4)\}.$$

$$2.586. \begin{cases} |x - y| + y = 4, \\ |x + y| + x = 2. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(0; 2), (-8; -2)\}.$$

$$2.587. \begin{cases} |x - y| + |x + y| = 4, \\ |x - y| - |x + y| = 2. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(-2; 1), (-1; 2), (2; -1), (1; -2)\}.$$

$$2.588. \begin{cases} |x - y| + x = 0, \\ |x + y| - x^2 = 0. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(0; 0), (-1; 0), (-3, -6)\}.$$

•

$$2.589. \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 2, \\ \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{4} = 7. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(1; 0)\}.$$

$$2.590. \begin{cases} \frac{\sqrt{x+y}}{4} + \frac{\sqrt{x-y}}{5} = 5, \\ \frac{\sqrt{x+y}}{3} - \frac{\sqrt{x-y}}{2} = -1. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(1; 0)\}.$$

$$2.591. \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x-2y}}{6} - \frac{\sqrt{2x+y}}{4} = 5, \\ \frac{\sqrt[3]{x-2y}}{3} - \frac{\sqrt{2x+y}}{2} = 8. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(x, y) \in \emptyset\}.$$

$$2.592. \begin{cases} \frac{\sqrt{x-y}}{2} - \frac{\sqrt{3x-y}}{2} = 1, \\ \frac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x-y}} - \frac{\sqrt{3x-y}}{\sqrt{3x-y}} = 2. \end{cases}$$

$$\text{Відповідь: } \left\{ (x, y) \mid x = \frac{2t+1}{2t^2(t+1)^2}, y = \frac{2t+1-2t^2}{2t^2(t+1)^2}, t > 0 \right\}.$$

$$2.593. \begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30, \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 35. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(4; 9), (9; 4)\}.$$

$$2.594. \begin{cases} \sqrt{2x+y+1} - \sqrt{x+y} = 1, \\ 3x+2y = 4. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(2; -1)\}.$$

•

$$2.595. \begin{cases} \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} + \sqrt{\frac{y+2}{2x-1}} = 2, \\ x+y = 12. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(5; 7)\}.$$

2.595.* [1, § 14, приклад 3, с. 80]

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+1}{y-1}} + \sqrt{\frac{y-1}{x+1}} = 2, \\ |x+y-4| = 2 - xy + 4x. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(0; 2), (2; 4)\}.$$

$$2.596. \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{2}, \\ x + y + xy = 9. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(4; 1); (-9; -2, 25)\}.$$

$$2.597. \begin{cases} \sqrt{\frac{y}{x}} - 2\sqrt{\frac{x}{y}} = 1, \\ \sqrt{5x+y} + \sqrt{5x-y} = 4. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(1; 4)\}.$$

$$2.598. \begin{cases} \sqrt{\frac{x+1}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{x+1}} = 2, \\ \sqrt{\frac{x+1}{y+2}} - \sqrt{\frac{y+2}{x+1}} = 1, 5. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(11; 1)\}.$$

•

$$2.599. \begin{cases} 2^x + 2^y = 12, \\ x + y = 5. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(2; 3); (3; 2)\}.$$

$$2.600. \begin{cases} 5^{2x} \cdot 3^y = 675, \\ \log_{\sqrt[3]{2}}(x+y) = 6. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(1; 3)\}.$$

$$2.601. \begin{cases} 2^x + 2 \cdot 3^{x+y} = 56, \\ 3 \cdot 2^x + 3^{x+y+1} = 87. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(1; 2)\}.$$

$$2.602. \begin{cases} 3^x - 2^{2y} = 77, \\ 3^{x/2} - 2^y = 7. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(4; 1)\}.$$

$$2.603. \begin{cases} 2^{(x+y)/4} + 2^{(x+y)/2} = 6, \\ 2^x + 2^y = 17. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(0; 4); (4; 0)\}.$$

•

$$2.604. \begin{cases} \log_9(x^2 + 2) + \log_{81}(y^2 + 9) = 2, \\ 2\log_4(x+y) - \log_2(x-y) = 0. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(5; 0)\}.$$

$$2.605. \begin{cases} \log_{15}x + \log_{15}(x+y) = 1, \\ \log_{10}(x+y) + \log_{10}y = 1. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(3; 2)\}.$$

$$2.606. \begin{cases} \log_2x + \log_2(y-x) = 1, \\ \log_3(y-x) = 1 - \log_3y. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(2; 3)\}.$$

$$2.607. \begin{cases} \log_2(xy) \log_2 \frac{x}{y} = -3, \\ \log_2^2 x + \log_2^2 y = 5. \end{cases}$$

Відповідь: $\{(2; 4); (1/2; 1/4); (2; 1/4); (1/2; 4)\}$.

Група Б

Розв'язати системи рівнянь (завдання **2.608** – **2.639**):

$$2.608. \begin{cases} xy + x + y = 23, \\ x^2 + y^2 = 34. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(5; 3); (3; 5)\}.$$

$$2.609. \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4, \\ x + xy + y = 2. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \{(0; 2); (2; 0)\}.$$

2.609.* [1, § 14, приклад 2, с. 80]

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(x + y) = 23, \\ x + y - 2xy = -7. \end{cases}$$

Відповідь: $\{(2; 3), (3; 2), (-3 + \frac{\sqrt{34}}{2}, -3 - \frac{\sqrt{34}}{2})\}$.

2.610. $\begin{cases} xy + x + y = 5, \\ x^2y + xy^2 = 6. \end{cases}$ Відповідь: $\{(1; 2); (2; 1)\}$.

2.611. $\begin{cases} xy = 3(x + y) - 2, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$ Відповідь: $\{(-\sqrt{2}; \sqrt{2}); (\sqrt{2}; -\sqrt{2})\}$.

2.612. $\begin{cases} xy + x - y = 3, \\ x^2y - xy^2 = 2. \end{cases}$

Відповідь: $\{(-1; -2); (2; 1); (1 + \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2}); (1 - \sqrt{2}; -1 - \sqrt{2})\}$.

2.613. $\begin{cases} (x^2 + 1)(y^2 + 1) = 10, \\ (x + y)(xy - 1) = 3. \end{cases}$

Відповідь: $\{(-2; 1), (1; -2), (1; 2), (2; 1), (0; -3), (-3; 0)\}$.

•

2.614. $\begin{cases} x^2 + xy = 48, \\ y^2 + xy = 16. \end{cases}$ Відповідь: $\{(6; 2), (-6; -2)\}$.

2.615. $\begin{cases} x^2 - xy = 28, \\ y^2 - xy = -12. \end{cases}$ Відповідь: $\{(7; 3), (-7; -3)\}$.

2.616. $\begin{cases} (x + y)xy = 120, \\ (x - y)xy = 30. \end{cases}$ Відповідь: $\{(5; 3)\}$.

2.617. $\begin{cases} x^2y^3 + x^3y^2 = 12, \\ x^2y^3 - x^3y^2 = 4. \end{cases}$ Відповідь: $\{(1; 2)\}$.

2.618. $\begin{cases} x^3 + y^3 = 1, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ Відповідь: $\{(0; 1); (1; 0)\}$.

2.619. $\begin{cases} x^3 + y^3 = 65, \\ x^2y + xy^2 = 20. \end{cases}$ Відповідь: $\{(4; 1); (1; 4)\}$.

2.620. $\begin{cases} (2 + y - y^2)(x^2 - 3x + 2) = x^2 - 4, \\ (y^2 + 3y + 2)(x^2 - 3x + 2) = x^2 - 4. \end{cases}$

Відповідь: $\{(-2; -1), (4; 0)\} \cup \{(2; y) | y \in R\}$.

2.620.* [1, § 14, приклад 10, с. 85]

$$\begin{cases} (3\sqrt{y} - y)(x^2 - 5x + 6) = x^2 - 2x - 3, \\ (y + \sqrt{y})(x^2 - 5x + 6) = x^2 - 2x - 3. \end{cases}$$

Відповідь: $\{(-1; 0), (5; 1)\} \cup \{(3, y) : y \geq 0\}$.

•

2.621. $\begin{cases} 8\sqrt{\frac{y}{x}} = y - x + 8, \\ 8\sqrt{xy} = x^2 + xy. \end{cases}$ Відповідь: $\{(4; 4), (-4; -4)\}$.