

2.2. Рівняння і нерівності з модулем

Група А

Розв'язати рівняння і нерівності (завдання 2.115 – 2.162):

- 2.115. $|x^2 - 2| = x$. Відповідь: $x \in \{1; 2\}$.
- 2.116. $x^2 - 4x + |x - 3| + 3 = 0$. Відповідь: $x \in \{2; 3\}$.
- 2.117. $x^2 - 6x + |x - 1| + 5 = 0$. Відповідь: $x \in \{1; 4\}$.
- 2.118. $|2x - 3| + |2x + 3| = 14$. Відповідь: $x = \pm 7/2$.
- 2.119. $|2x - 3| + |2x + 3| = 6$. Відповідь: $x \in [-3/2; 3/2]$.
- 2.120. $|x + 3| + |2x - 1| = x + 4$. Відповідь: $x \in \{0; 1\}$.
- 2.121. $|x - 2| + |2x + 1| = x + 3$. Відповідь: $x \in [-1/2; 2]$.
- 2.122. $|x - 4| + |2x + 3| = x + 7$. Відповідь: $x \in [-3/2; 4]$.
- 2.123. $|x - 2| + |x - 3| + |2x - 8| = 9$. Відповідь: $x \in \{1; 11/2\}$.
- 2.124. $|1 - 2x| + |3x + 2| + |x| = 5$. Відповідь: $x \in \{-1; 2/3\}$.
- 2.125. $|2x - 1| + |3x + 2| + |x| = 3$. Відповідь: $x \in [-2/3; 0]$.
- 2.126. $|x| - |2x + 2| + |3x + 6| = 0$. Відповідь: $x = -2$.
- 2.127. $|6x + 12| - |3x + 9| - |3x + 3| = 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -3] \cup [-1, \infty)$.
- 2.127.* [1, § 34, приклад 4, с. 205]
 $|3x - 12| - |2x - 4| - |x - 8| = 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, 2] \cup [8, \infty)$.
- 2.128. $|x^2 - 9| + |x^2 - 4| = 5$. Відповідь: $x \in [-3, -2] \cup [2; 3]$.
- 2.129. $|x^2 - 9| + |x - 2| = 5$. Відповідь: $x \in \left\{-3; 2, \frac{-1+\sqrt{65}}{2}\right\}$.
- 2.130. $|x^2 - 2x - 3| = |2x - 5| + 1$. Відповідь: $x \in \{-3; 1; \sqrt{7}; 2 + \sqrt{3}\}$.
-
- 2.131. $|x^2 - x - 6| = x + 2$. Відповідь: $x \in \{-2; 2; 4\}$.
- 2.131.* [1, § 10, приклад 4, с. 46]
 $|2x - 2| = 2 + 2x - x^2$. Відповідь: $x \in \{0; 2\}$.
- 2.132. $|x^2 - 6x + 5| = 5 - x$. Відповідь: $x \in \{0; 2; 5\}$.
- 2.133. $|x^2 - 6x + 5| = x + 5$. Відповідь: $x \in \{0; 7\}$.
- 2.134. $|x^2 + 6x + 5| = 5 - x$. Відповідь: $x \in \{-7; 0\}$.
- 2.135. $|x^2 + 6x + 5| = x + 5$. Відповідь: $x \in \{-5; -2; 0\}$.
- 2.136. $|x - 1||x + 2| = 4$. Відповідь: $x \in \{-3; 2\}$.
- 2.137. $|x^2 - 5x| < 6$. Відповідь: $x \in (-1; 2) \cup (3; 6)$.
- 2.138. $|x^2 - x - 6| > x + 2$. Відповідь: $x \in (-\infty, -2) \cup (-2; 2) \cup (4, \infty)$.
- 2.139. $|x^2 - x - 6| \leq x + 2$. Відповідь: $x \in \{-2\} \cup [2; 4]$.
- 2.140. $|x^2 - 6x + 5| \leq 5 - x$. Відповідь: $x \in [0; 2] \cup \{5\}$.
- 2.141. $|x^2 - 6x + 5| > 5 - x$. Відповідь: $x \in (-\infty, 0) \cup (2; 5) \cup (5, \infty)$.
- 2.142. $|x^2 - 6x + 5| \leq x + 5$. Відповідь: $x \in [0; 7]$.
- 2.143. $|x^2 - 6x + 5| > x + 5$. Відповідь: $x \in (-\infty, 0) \cup (7, \infty)$.
- 2.143.* [1, § 10, приклад 3, с. 45] $|x - 3| < |x - 5|$. Відповідь: $x \in (-\infty, 4)$.

•

- 2.144.** $|x - 1| + |x - 2| > 3 + x$. Відповідь: $x \in (-\infty, 0) \cup (6, \infty)$.
2.145. $|x - 3| + |x + 1| \leq 1 - x$. Відповідь: $x \in \emptyset$.
2.146. $|2x - 3| + |x - 1| \geq 6 + x$. Відповідь: $x \in (\infty, -1/2] \cup [5, \infty)$.
2.147. $|x + 2| + |2x - 3| \geq x + 3$. Відповідь: $x \in (\infty, 1] \cup [2, \infty)$.
2.148. $|x + 2| + |3x - 1| \geq 3 - 2x$. Відповідь: $x \in R$.
2.148.* [1, § 10, приклад 1, с. 43; приклад 6, с. 47]
 $|x - 3| + |x - 5| \geq 2$. Відповідь: $x \in R$.
2.149. $|x - 3| + |2x - 1| \leq x + 2$. Відповідь: $x \in [1/2; 3]$.
2.149.* [1, § 10, приклад 7, с. 47]
 $|x - 3| + |x - 5| \leq 2$. Відповідь: $x \in [3; 5]$.
2.150. $|x + 1| + |2x - 1| \leq 2 - x$. Відповідь: $x \in [-1; 1/2]$.
2.151. $|x + 2| + |3x - 1| > 3 - 2x$. Відповідь: $x \in (-\infty, -2) \cup (1/3; \infty)$.
2.152. $|x + 3| + |3x - 2| < 5 - 2x$. Відповідь: $x \in \emptyset$.
2.153. $|x + 1| + |x - 2| \leq 2x - 1$. Відповідь: $x \in [2, \infty)$.
2.154. $|2x - 1| + |x + 4| \leq 13 + x$. Відповідь: $x \in [-4; 5]$.
2.155. $|2x + 4| + |x - 2| \leq 2 - 3x$. Відповідь: $x \in (-\infty, -1]$.
2.156. $|3x + 1| + |x - 2| > 9 - x$. Відповідь: $x \in (-\infty, -8/3) \cup (2, \infty)$.
2.157. $|2x + 2| + |x - 3| \leq 3x + 7$. Відповідь: $x \in [-1, \infty)$.
2.158. $|2x - 2| + |x + 2| < 6 - 3x$. Відповідь: $x \in (-\infty, 1)$.
2.159. $|2x - 4| + |x + 1| < 3x + 9$. Відповідь: $x \in (-1, \infty)$.
2.160. $|x + 1| - |x - 1| > x$. Відповідь: $x \in (-\infty, -2) \cup (0; 2)$.
2.161. $|2x + 2| - |x - 1| > 3$. Відповідь: $x \in (-\infty, -6) \cup (2/3; \infty)$.
2.162. $|2x + 6| - |x - 1| + x + 7 < 0$. Відповідь: $x \in \emptyset$.

Група Б

Розв'язати рівняння і нерівності (завдання **2.163** – **2.191**):

- 2.163.** $||x| - 2| = 1$. Відповідь: $x \in \{-3; -1; 1; 3\}$.
2.164. $||x| - 1| = 4 + x$. Відповідь: $x = -5/2$.
2.165. $|3 - 2|x|| = |2 - x| - 3$. Відповідь: $x \in \{-2; -4/3\}$.
2.166. $|x + 3 - |6 - x|| + x = 3$. Відповідь: $x \in \{0; 2\}$.
2.166.* [1, § 10, приклад 2, с. 44; приклад 5, с. 46]
 $|x + 2 - |7 - x|| = 4 - x$. Відповідь: $x_1 = 1, x_2 = 3$.
2.167. $|x + 5 - |8 - x|| + x = 3$. Відповідь: $x \in \{0; 2\}$.
2.168. $|x + 4 - |5 - x|| + x = 1$. Відповідь: $x \in \{0; 2/3\}$.
2.169. $|x + 4 - |4 - x|| + x = 2$. Відповідь: $x \in \{-2; 2/3\}$.
2.170. $||x + 1| - |x - 3|| = |x|$. Відповідь: $x \in \{-4; 2; 4; 2/3\}$.
2.171. $||x + 2| - |x - 6|| = |x|$. Відповідь: $x \in \{-8; 4; 8; 4/3\}$.
2.172. $|x^2 - 3|x| + 1| = 1$. Відповідь: $x \in \{-3, -2, -1; 0; 1; 2; 3\}$.

2.173. $\frac{|x+3|+|x-5|-10}{\sqrt{x+1}} = 0$. Відповідь: $x = 6$.

2.174. $\frac{|x+2|+|x-3|-5}{\sqrt{1-x}} = 0$. Відповідь: $x \in [-2; 1)$.

•

2.175. $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(|x| + \frac{1}{|x|}\right) = 4$. Відповідь: $x = \pm 1$.

2.176. $7\left(|x| + \frac{1}{|x|}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9$. Відповідь: $x \in \{1/2; -1/2; 2; -2\}$.

•

2.177. $x^2 - 2|x| - 7 \geq 1$. Відповідь: $x \in (-\infty, -4] \cup [4, \infty)$.

2.178. $\frac{2-|x-2|}{3-|x-2|} \leq 1$. Відповідь: $x \in (-1; 5)$.

2.179. $\frac{3-|x-1|}{4-|x-1|} \leq 1$. Відповідь: $x \in (-3; 5)$.

2.180. $\frac{4-|x+1|}{5-|x+1|} \leq 1$. Відповідь: $x \in (-6; 4)$.

2.181. $\left|\frac{x+1}{2x-1}\right| < 1$. Відповідь: $x \in (-\infty; 0) \cup (2; \infty)$.

2.182. $\left|\frac{3x+1}{x-5}\right| \geq 1$. Відповідь: $x \in (-\infty; -3] \cup [1; 5) \cup (5; \infty)$.

2.183. $||x+1|-2| \geq x+3$. Відповідь: $x \in (-\infty; -1]$.

2.184. $||x-1|-2| \leq x+1$. Відповідь: $x \in [-1; \infty)$.

•

2.185. $\frac{x^2-|x|-12}{x-3} \geq 2x$. Відповідь: $x \in (-\infty, 3)$.

2.186. $\frac{x^2-|x|-12}{x-3} \geq 2$. Відповідь: $x \in [-2; 3) \cup \left[\frac{3+\sqrt{33}}{2}; \infty\right)$.

2.187. $\frac{|x-3|}{|x-2|-1} \geq 1$. Відповідь: $x \in (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$.

2.188. $\frac{|4-x|-x}{|x-6|-2} > 2$. Відповідь: $x \in (4; 6) \cup (6; 8)$.

2.189. $\frac{|2-x|-x}{|x-3|-1} \leq 2$. Відповідь: $x \in (-\infty; 2) \cup \{3\} \cup (4; \infty)$.

2.190. $\frac{9}{|x-5|-3} \geq |x-2|$. Відповідь: $x \in [-1; 2) \cup (8; 5+3\sqrt{2}]$.

2.191. $\frac{3}{|x+3|-1} \geq |x+2|$. Відповідь: $x \in [-5; -4) \cup (-2; -2+\sqrt{3}]$.