

Перетворення графіків функцій та їх застосування до розв'язання рівнянь і нерівностей

С.А. Плакса, В.В. Шпирко
Заочна фізико-математична школа

Урок 40



Мій намір полягає не в тому, щоб навчати тут методу, якому кожний має слідувати, щоб правильно спрямовувати свій розум, а тільки в тому, щоб показати, яким чином спрямовував я свій власний розум.

Рене Декарт, "Міркування про метод"

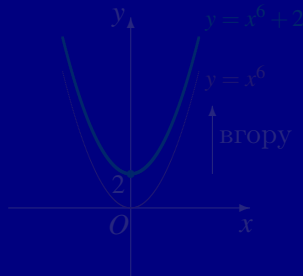
Основні перетворення графіків функцій

Розглянемо основні перетворення графіка функції $y = f(x)$, які мають природню геометричну інтерпретацію.

1) $y = f(x) + a$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy .

При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць вгору, а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць вниз.

Наприклад, графік функції $y = x^6 + 2$ отримується зсувом графіка $y = x^6$ на 2 одиниці вгору.



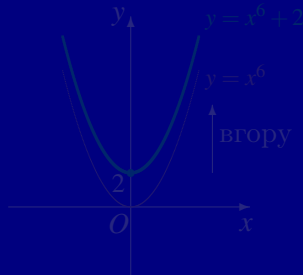
Основні перетворення графіків функцій

Розглянемо основні перетворення графіка функції $y = f(x)$, які мають природню геометричну інтерпретацію.

1) $y = f(x) + a$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy .

При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вгору**, а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вниз**.

Наприклад, графік функції $y = x^6 + 2$ отримується зсувом графіка $y = x^6$ на 2 одиниці вгору.



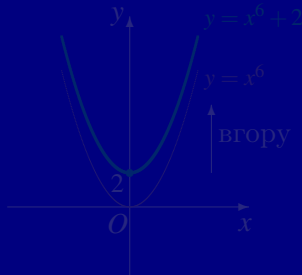
Основні перетворення графіків функцій

Розглянемо основні перетворення графіка функції $y = f(x)$, які мають природню геометричну інтерпретацію.

1) $y = f(x) + a$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy .

При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вгору**, а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вниз**.

Наприклад, графік функції $y = x^6 + 2$ отримується зсувом графіка $y = x^6$ на 2 одиниці **вгору**.



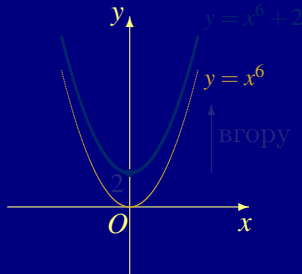
Основні перетворення графіків функцій

Розглянемо основні перетворення графіка функції $y = f(x)$, які мають природню геометричну інтерпретацію.

1) $y = f(x) + a$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy .

При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вгору**, а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вниз**.

Наприклад, графік функції $y = x^6 + 2$ отримується зсувом графіка $y = x^6$ на 2 одиниці **вгору**.



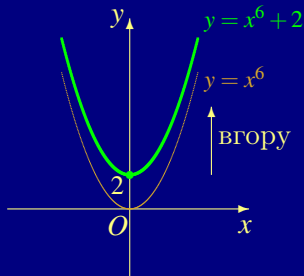
Основні перетворення графіків функцій

Розглянемо основні перетворення графіка функції $y = f(x)$, які мають природню геометричну інтерпретацію.

1) $y = f(x) + a$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy .

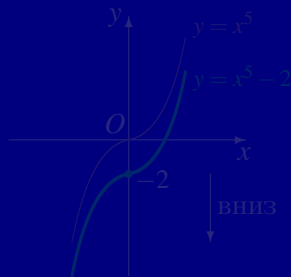
При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вгору**, а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вниз**.

Наприклад, графік функції $y = x^6 + 2$ отримується зсувом графіка $y = x^6$ на 2 одиниці **вгору**.



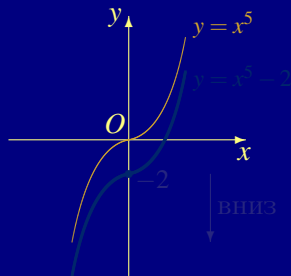
Основні перетворення графіків функцій

Графік функції $y = x^5 - 2$
отримується зсувом графіка $y = x^5$
на 2 одиниці **вниз**.



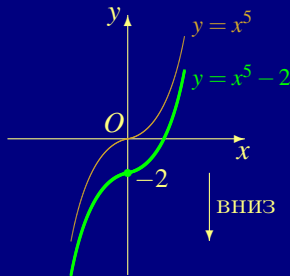
Основні перетворення графіків функцій

Графік функції $y = x^5 - 2$
отримується зсувом графіка $y = x^5$
на 2 одиниці **вниз**.



Основні перетворення графіків функцій

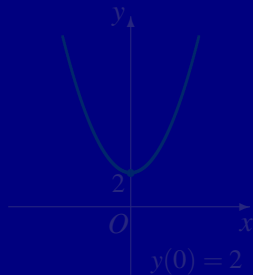
Графік функції $y = x^5 - 2$
отримується зсувом графіка $y = x^5$
на 2 одиниці **вниз**.



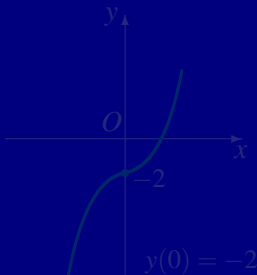
Основні перетворення графіків функцій

В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка, обчислюючи значення функції в точці $x = 0$.

$$y = x^6 + 2$$



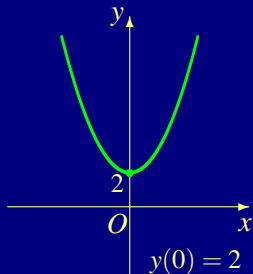
$$y = x^5 - 2$$



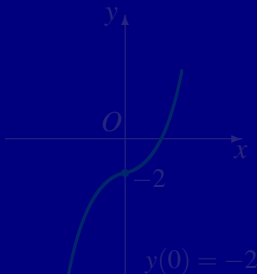
Основні перетворення графіків функцій

В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка, обчислюючи значення функції в точці $x = 0$.

$$y = x^6 + 2$$



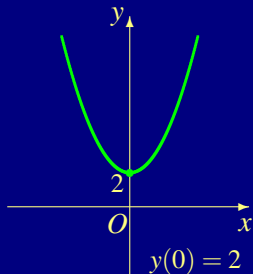
$$y = x^5 - 2$$



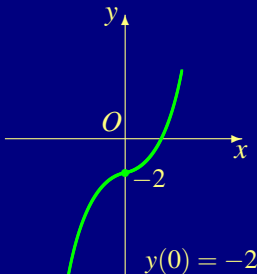
Основні перетворення графіків функцій

В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка, обчислюючи значення функції в точці $x = 0$.

$$y = x^6 + 2$$



$$y = x^5 - 2$$



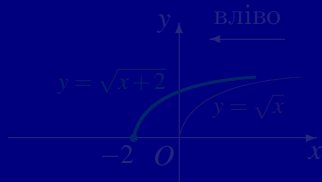
Основні перетворення графіків функцій

2) $y = f(x + a)$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox .
 При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вліво**,
 а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вправо**.

Наприклад, графік функції $y = \sqrt{x-2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вправо**.



Графік функції $y = \sqrt{x+2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вліво**.



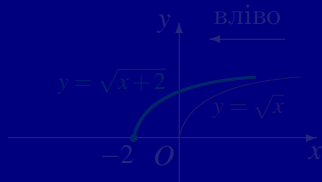
Основні перетворення графіків функцій

2) $y = f(x + a)$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox .
 При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вліво**,
 а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вправо**.

Наприклад, графік функції $y = \sqrt{x-2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вправо**.



Графік функції $y = \sqrt{x+2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вліво**.

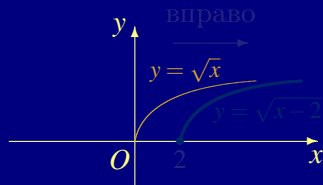


Основні перетворення графіків функцій

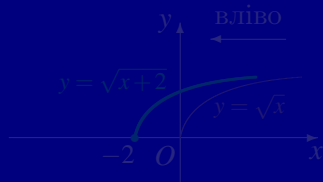
2) $y = f(x + a)$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox .

При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вліво**, а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вправо**.

Наприклад, графік функції $y = \sqrt{x-2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вправо**.



Графік функції $y = \sqrt{x+2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вліво**.

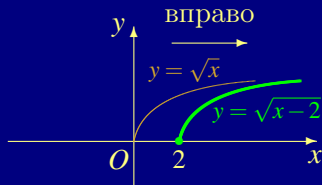


Основні перетворення графіків функцій

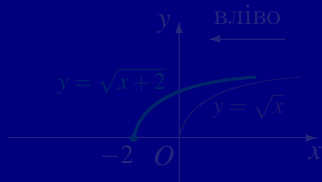
2) $y = f(x + a)$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox .

При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вліво**, а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вправо**.

Наприклад, графік функції $y = \sqrt{x-2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вправо**.



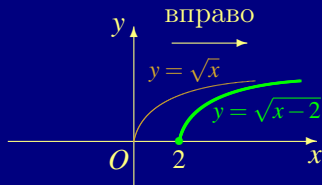
Графік функції $y = \sqrt{x+2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вліво**.



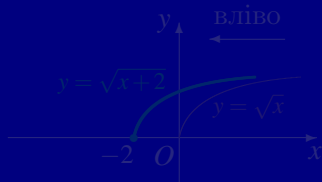
Основні перетворення графіків функцій

2) $y = f(x + a)$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox .
 При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вліво**,
 а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вправо**.

Наприклад, графік функції $y = \sqrt{x-2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вправо**.



Графік функції $y = \sqrt{x+2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вліво**.

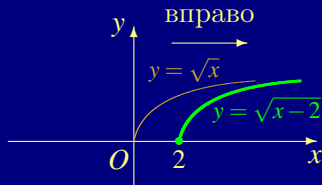


Основні перетворення графіків функцій

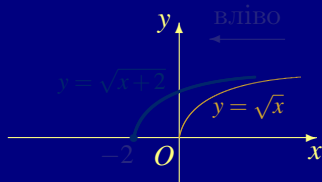
2) $y = f(x + a)$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox .

При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вліво**, а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вправо**.

Наприклад, графік функції $y = \sqrt{x-2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вправо**.



Графік функції $y = \sqrt{x+2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вліво**.

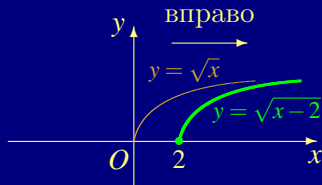


Основні перетворення графіків функцій

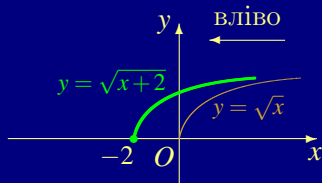
2) $y = f(x + a)$, де a – деяке дійсне число, – зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox .

При $a > 0$ зсув здійснюється на a одиниць **вліво**, а при $a < 0$ – на $|a|$ одиниць **вправо**.

Наприклад, графік функції $y = \sqrt{x-2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вправо**.



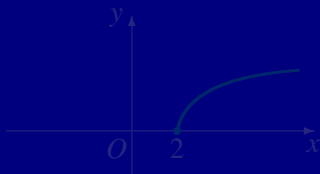
Графік функції $y = \sqrt{x+2}$ отримується зсувом графіка $y = \sqrt{x}$ на 2 одиниці **вліво**.



Основні перетворення графіків функцій

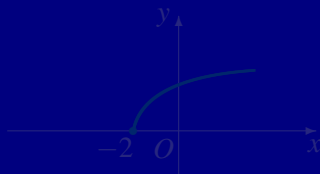
В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

$$y = \sqrt{x-2}$$



$$D(y) : x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = \sqrt{x+2}$$

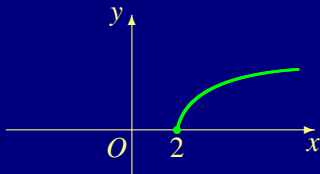


$$D(y) : x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$$

Основні перетворення графіків функцій

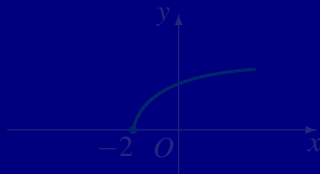
В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

$$y = \sqrt{x-2}$$



$$D(y) : x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = \sqrt{x+2}$$

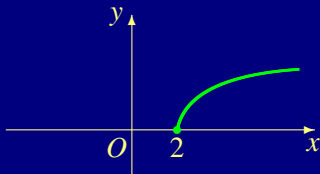


$$D(y) : x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$$

Основні перетворення графіків функцій

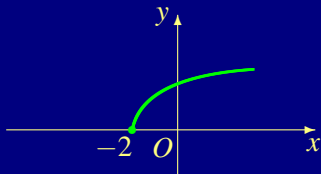
В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

$$y = \sqrt{x-2}$$



$$D(y) : x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = \sqrt{x+2}$$



$$D(y) : x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$$

Основні перетворення графіків функцій

Приклад 1. Розв'язати нерівність $\sqrt{x+1} > 1-x$.

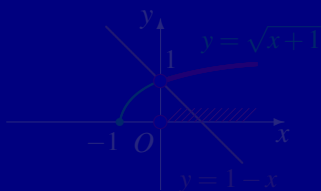
Розв'язання. Графік функції $y = \sqrt{x+1}$ отримується з графіка функції $y = \sqrt{x}$ зсувом вліво вздовж осі Ox на одиницю.

Графік функції $y = f(x) = \sqrt{x+1}$ і пряма $y = g(x) = 1-x$ перетинаються в одній точці.

Абсциса цієї точки $x=0$, оскільки $f(0) = \sqrt{0+1} = 1$ і $g(0) = 1-0 = 1$.

Відмітимо частину кривої $y = \sqrt{x+1}$, розміщену **вище** прямої $y = 1-x$, і спроектуємо її на вісь Ox , відмічаючи штриховкою відповідний проміжок.

В результаті отримуємо $x \in (0, \infty)$.



Відповідь: $x \in (0, \infty)$.

Основні перетворення графіків функцій

Приклад 1. Розв'язати нерівність $\sqrt{x+1} > 1-x$.

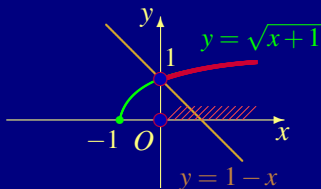
Розв'язання. Графік функції $y = \sqrt{x+1}$ отримується з графіка функції $y = \sqrt{x}$ зсувом вліво вздовж осі Ox на одиницю.

Графік функції $y = f(x) = \sqrt{x+1}$ і пряма $y = g(x) = 1-x$ перетинаються в одній точці.

Абсциса цієї точки $x = 0$, оскільки $f(0) = \sqrt{0+1} = 1$ і $g(0) = 1-0 = 1$.

Відмітимо частину кривої $y = \sqrt{x+1}$, розміщену вище прямої $y = 1-x$, і спроектуємо її на вісь Ox , відмічаючи штриховкою відповідний проміжок.

В результаті отримуємо $x \in (0, \infty)$.



Відповідь: $x \in (0, \infty)$.

Основні перетворення графіків функцій

Приклад 1. Розв'язати нерівність $\sqrt{x+1} > 1-x$.

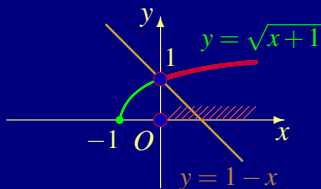
Розв'язання. Графік функції $y = \sqrt{x+1}$ отримується з графіка функції $y = \sqrt{x}$ зсувом вліво вздовж осі Ox на одиницю.

Графік функції $y = f(x) = \sqrt{x+1}$ і пряма $y = g(x) = 1-x$ перетинаються в одній точці.

Абсциса цієї точки $x = 0$, оскільки $f(0) = \sqrt{0+1} = 1$ і $g(0) = 1-0 = 1$.

Відмітимо частину кривої $y = \sqrt{x+1}$, розміщену вище прямої $y = 1-x$, і спроектуємо її на вісь Ox , відмічаючи штриховкою відповідний проміжок.

В результаті отримаємо $x \in (0, \infty)$.

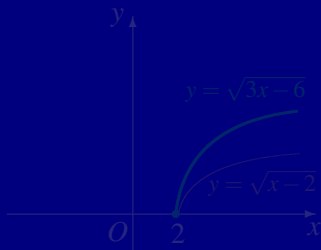


Відповідь: $x \in (0, \infty)$.

Основні перетворення графіків функцій

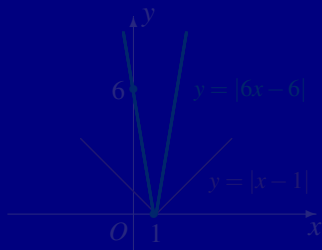
3) $y = kf(x)$ при $k > 1$ – розтяг графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy (див. приклади на мал.).

$$y = \sqrt{3x-6} = \sqrt{3}\sqrt{x-2}$$



$$D(y) : 3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = |6x-6| = 6|x-1|$$



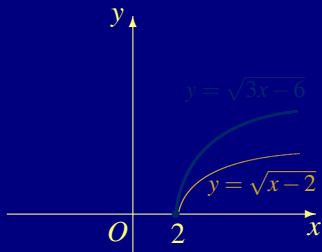
$$y(0) = |6 \cdot 0 - 6| = 6$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1$$

Основні перетворення графіків функцій

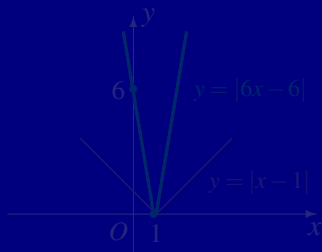
3) $y = kf(x)$ при $k > 1$ – розтяг графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy (див. приклади на мал.).

$$y = \sqrt{3x-6} = \sqrt{3}\sqrt{x-2}$$



$$D(y) : 3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = |6x-6| = 6|x-1|$$



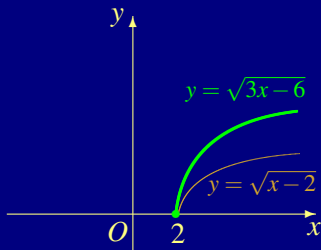
$$y(0) = |6 \cdot 0 - 6| = 6$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1$$

Основні перетворення графіків функцій

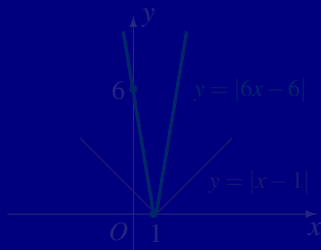
3) $y = kf(x)$ при $k > 1$ – розтяг графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy (див. приклади на мал.).

$$y = \sqrt{3x-6} = \sqrt{3}\sqrt{x-2}$$



$$D(y) : 3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = |6x-6| = 6|x-1|$$



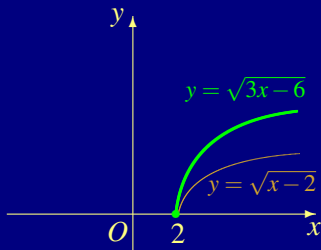
$$y(0) = |6 \cdot 0 - 6| = 6$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1$$

Основні перетворення графіків функцій

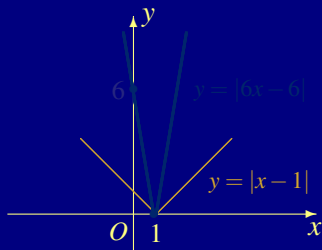
3) $y = kf(x)$ при $k > 1$ – розтяг графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy (див. приклади на мал.).

$$y = \sqrt{3x-6} = \sqrt{3}\sqrt{x-2}$$



$$D(y) : 3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = |6x-6| = 6|x-1|$$



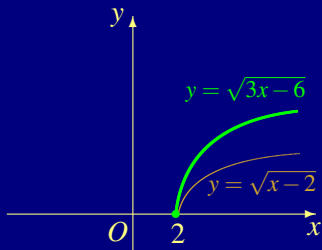
$$y(0) = |6 \cdot 0 - 6| = 6$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1$$

Основні перетворення графіків функцій

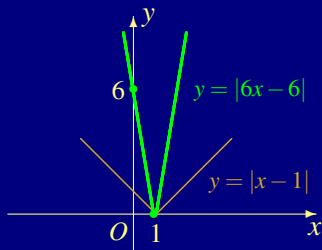
3) $y = kf(x)$ при $k > 1$ – розтяг графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy (див. приклади на мал.).

$$y = \sqrt{3x-6} = \sqrt{3}\sqrt{x-2}$$



$$D(y) : 3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = |6x-6| = 6|x-1|$$

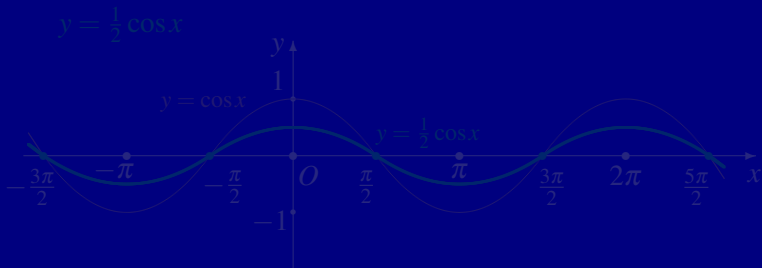
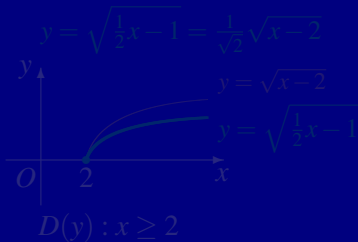


$$y(0) = |6 \cdot 0 - 6| = 6$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1$$

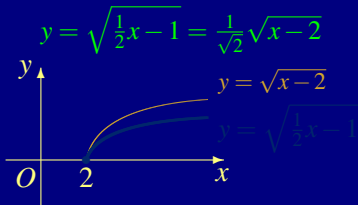
Основні перетворення графіків функцій

4) $y = kf(x)$ при $0 < k < 1$ – **стиск графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy** (див. приклади на мал.).

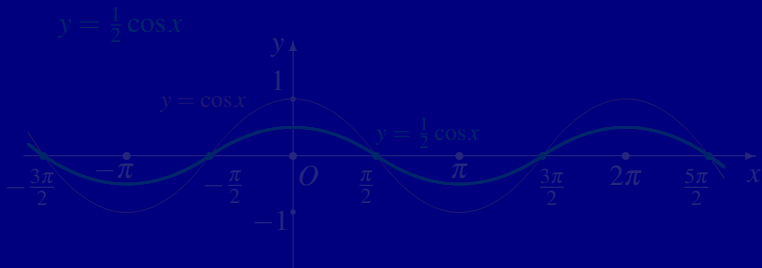


Основні перетворення графіків функцій

4) $y = kf(x)$ при $0 < k < 1$ – стиск графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy (див. приклади на мал.).

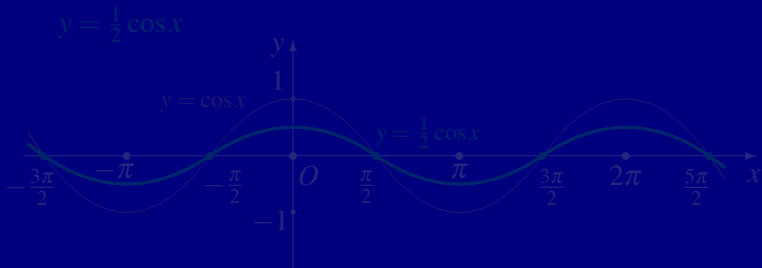
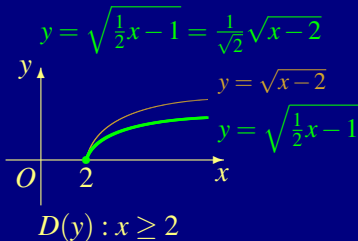


$$D(y) : x \geq 2$$



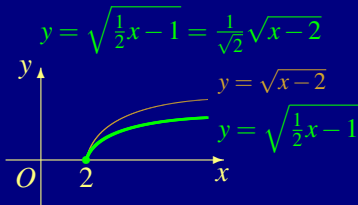
Основні перетворення графіків функцій

4) $y = kf(x)$ при $0 < k < 1$ – стиск графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy (див. приклади на мал.).



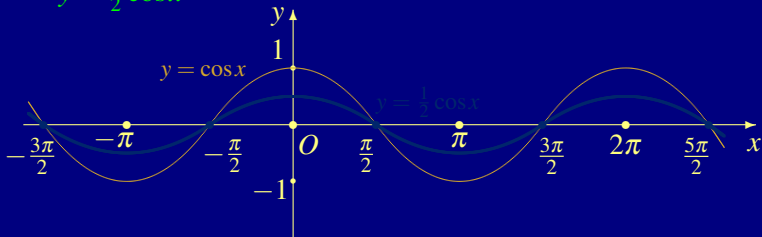
Основні перетворення графіків функцій

4) $y = kf(x)$ при $0 < k < 1$ – стиск графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy (див. приклади на мал.).



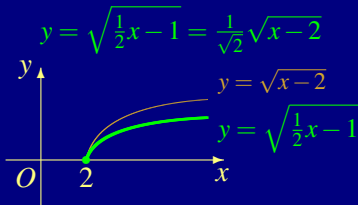
$$D(y) : x \geq 2$$

$$y = \frac{1}{2} \cos x$$



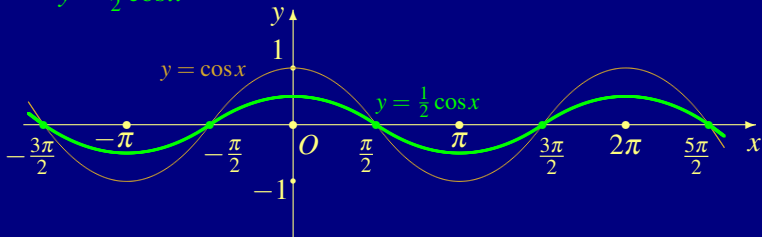
Основні перетворення графіків функцій

4) $y = kf(x)$ при $0 < k < 1$ – стиск графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy (див. приклади на мал.).



$$D(y) : x \geq 2$$

$$y = \frac{1}{2} \cos x$$

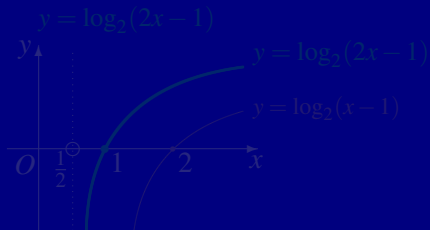


Основні перетворення графіків функцій

Очевидно, що при перетворенні $y = kf(x)$ ($k > 0$, $k \neq 1$) вигляд графіка функції $y = f(x)$ принципово не змінюється у тому сенсі, що функція $y = kf(x)$ має ту ж область визначення і ті ж проміжки зростання та спадання, що і функція $y = f(x)$, а також зберігає ряд інших властивостей цієї функції (наприклад, парність чи непарність, періодичність). При цьому графіки функцій $y = kf(x)$ і $y = f(x)$ мають спільні точки перетину з віссю Ox , які можна, таким чином, використати для "додаткового контролю" процесу побудови графіка.

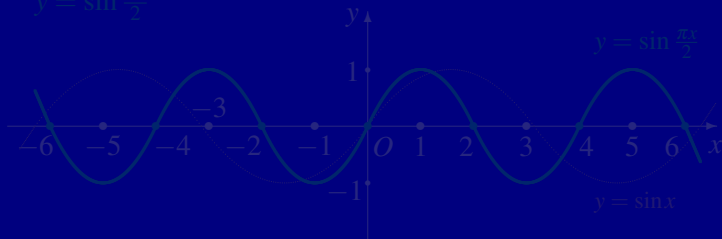
Основні перетворення графіків функцій

5) $y = f(kx)$ при $k > 1$ – стиск графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox (див. приклади на мал.).



$$D(y) : 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

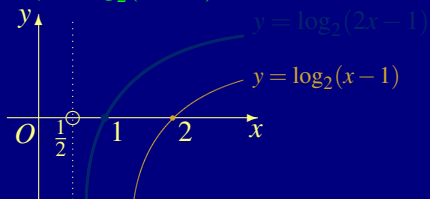
$$y = \sin \frac{\pi x}{2}$$



Основні перетворення графіків функцій

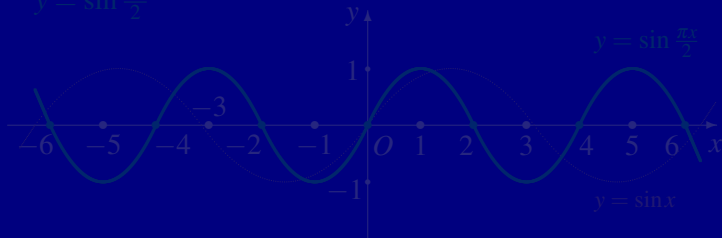
5) $y = f(kx)$ при $k > 1$ – стиск графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = \log_2(2x - 1)$$



$$D(y) : 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

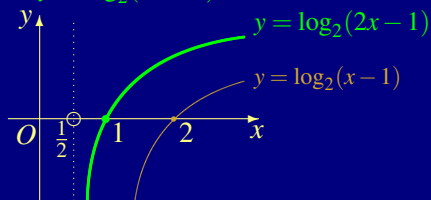
$$y = \sin \frac{\pi x}{2}$$



Основні перетворення графіків функцій

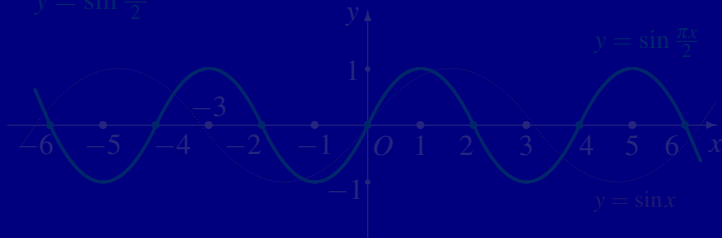
5) $y = f(kx)$ при $k > 1$ – стиск графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = \log_2(2x - 1)$$



$$D(y) : 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

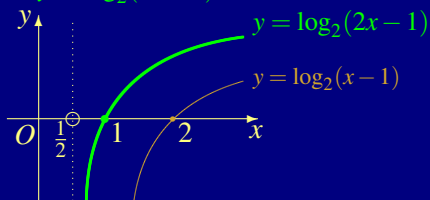
$$y = \sin \frac{\pi x}{2}$$



Основні перетворення графіків функцій

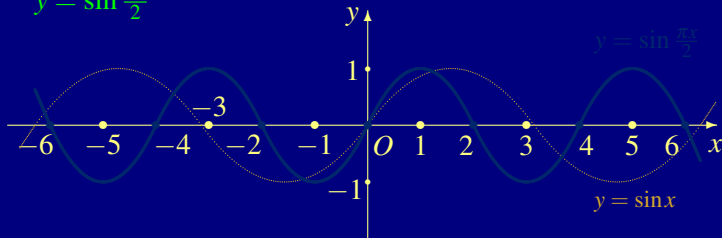
5) $y = f(kx)$ при $k > 1$ – стиск графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = \log_2(2x - 1)$$



$$D(y) : 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

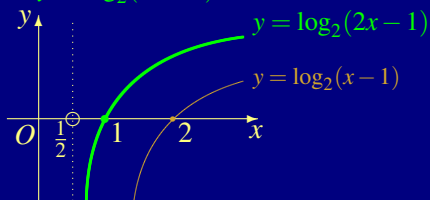
$$y = \sin \frac{\pi x}{2}$$



Основні перетворення графіків функцій

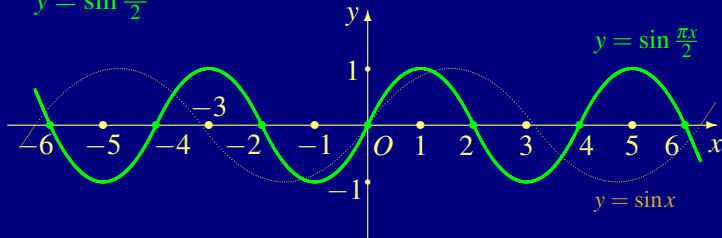
5) $y = f(kx)$ при $k > 1$ – стиск графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = \log_2(2x - 1)$$



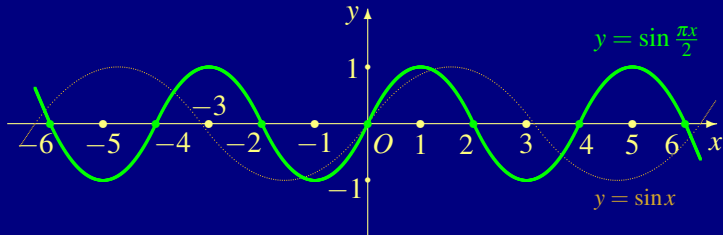
$$D(y) : 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$y = \sin \frac{\pi x}{2}$$



Основні перетворення графіків функцій

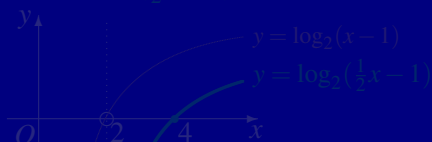
Очевидно, що при стиску вздовж осі Ox періодичної функції головний період цієї функції зменшується. Так, головний період функції $y = \sin \frac{\pi x}{2}$ дорівнює 4, тобто в $\pi/2$ разів менший, ніж головний період функції $y = \sin x$.



Основні перетворення графіків функцій

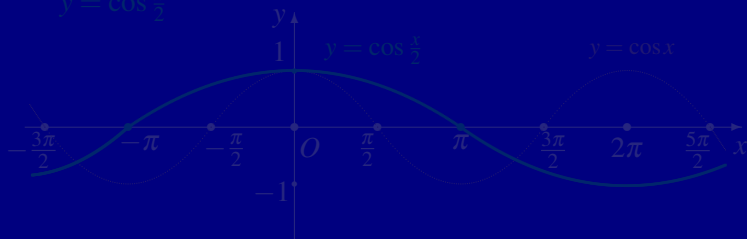
6) $y = f(kx)$ при $0 < k < 1$ – розтяг графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = \log_2\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$$



$$D(y) : \frac{1}{2}x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 2$$

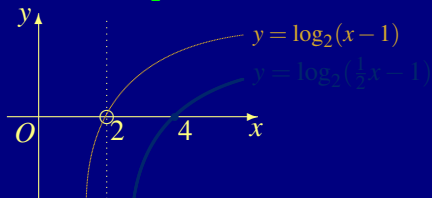
$$y = \cos \frac{x}{2}$$



Основні перетворення графіків функцій

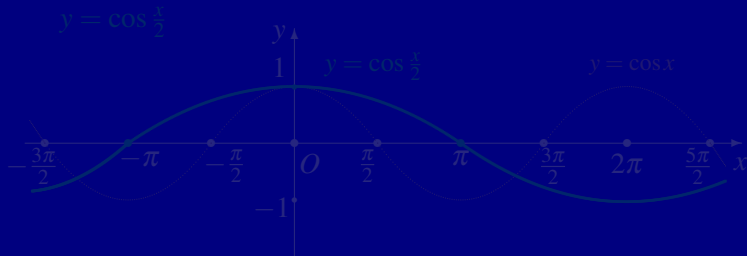
6) $y = f(kx)$ при $0 < k < 1$ – розтяг графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = \log_2\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$$



$$D(y) : \frac{1}{2}x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 2$$

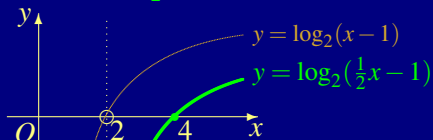
$$y = \cos \frac{x}{2}$$



Основні перетворення графіків функцій

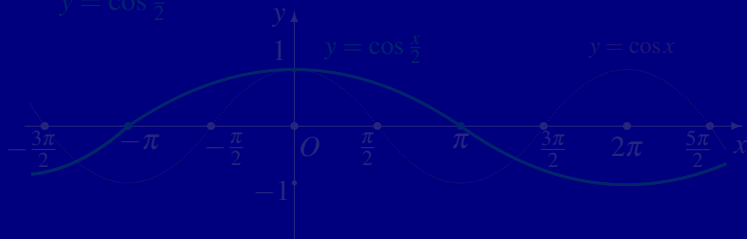
6) $y = f(kx)$ при $0 < k < 1$ – розтяг графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = \log_2\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$$



$$D(y) : \frac{1}{2}x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 2$$

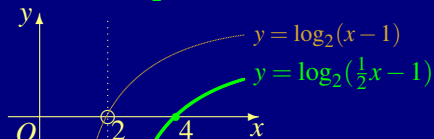
$$y = \cos \frac{x}{2}$$



Основні перетворення графіків функцій

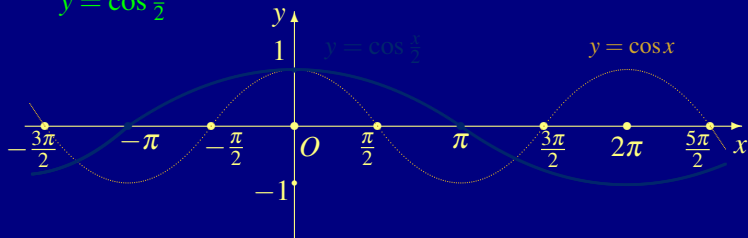
6) $y = f(kx)$ при $0 < k < 1$ – розтяг графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = \log_2\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$$



$$D(y) : \frac{1}{2}x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 2$$

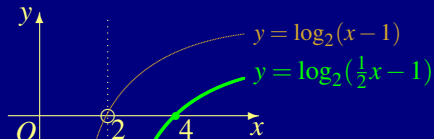
$$y = \cos \frac{x}{2}$$



Основні перетворення графіків функцій

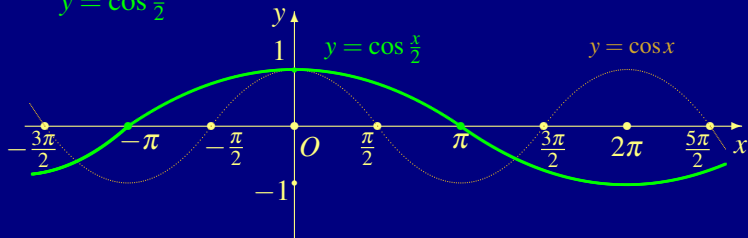
6) $y = f(kx)$ при $0 < k < 1$ – розтяг графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = \log_2\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$$



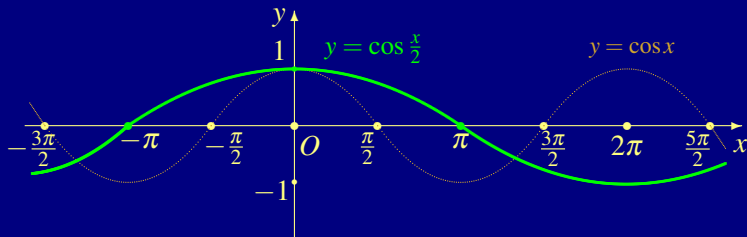
$$D(y) : \frac{1}{2}x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 2$$

$$y = \cos \frac{x}{2}$$



Основні перетворення графіків функцій

Очевидно, що при розтягу вздовж осі Ox періодичної функції головний період цієї функції збільшується. Так, головний період функції $y = \cos \frac{x}{2}$ дорівнює 4π , тобто в 2 рази більший, ніж головний період функції $y = \cos x$.

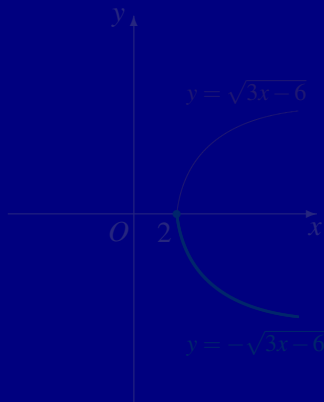


Очевидно також, що графіки функцій $y = f(kx)$ ($k > 0$, $k \neq 1$) і $y = f(x)$ мають спільну точку перетину з віссю Oy , а ось точки перетину з віссю Ox у цих графіків різні.

Основні перетворення графіків функцій

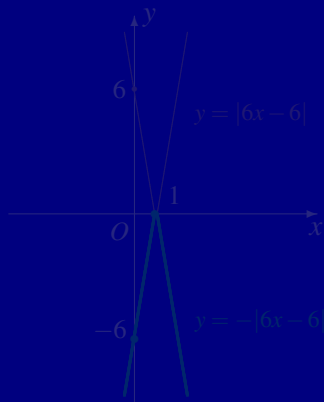
7) $y = -f(x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = -\sqrt{3x-6}$$



$$D(y) : 3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = -|6x-6|$$



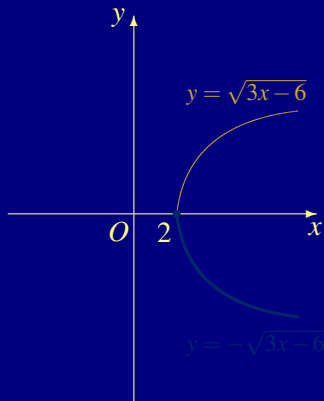
$$y(0) = -|6 \cdot 0 - 6| = -6$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1$$

Основні перетворення графіків функцій

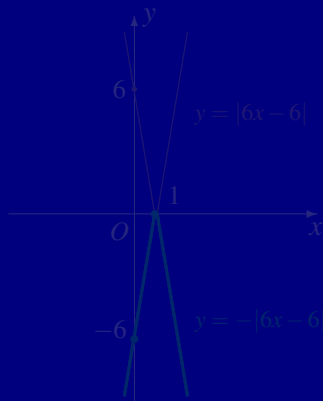
7) $y = -f(x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = -\sqrt{3x-6}$$



$$D(y) : 3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = -|6x-6|$$



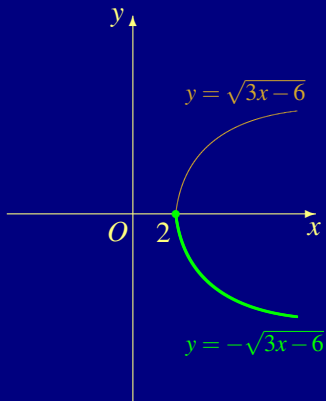
$$y(0) = -|6 \cdot 0 - 6| = -6$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1$$

Основні перетворення графіків функцій

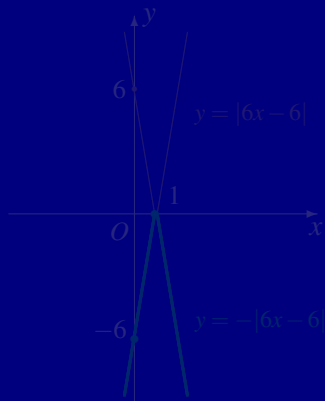
7) $y = -f(x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = -\sqrt{3x-6}$$



$$D(y) : 3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = -|6x-6|$$



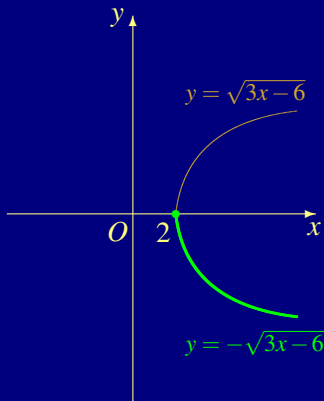
$$y(0) = -|6 \cdot 0 - 6| = -6$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1$$

Основні перетворення графіків функцій

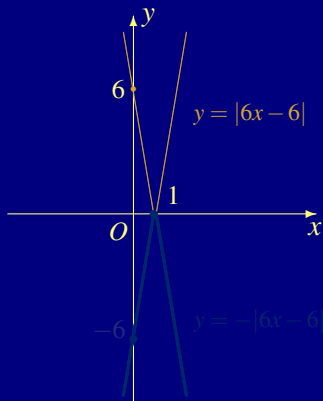
7) $y = -f(x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = -\sqrt{3x-6}$$



$$D(y) : 3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = -|6x-6|$$



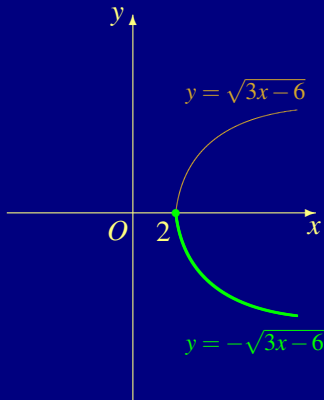
$$y(0) = -|6 \cdot 0 - 6| = -6$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1$$

Основні перетворення графіків функцій

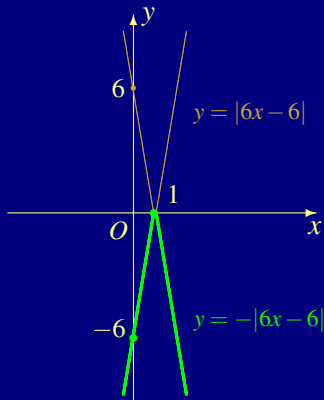
7) $y = -f(x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Ox (див. приклади на мал.).

$$y = -\sqrt{3x-6}$$



$$D(y) : 3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$y = -|6x-6|$$

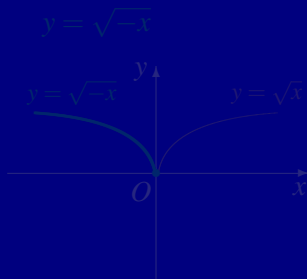


$$y(0) = -|6 \cdot 0 - 6| = -6$$

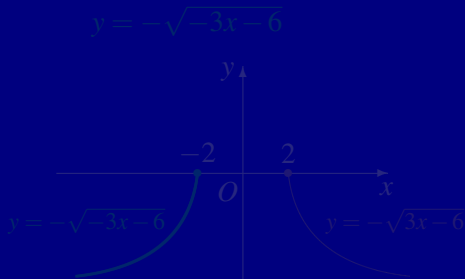
$$y = 0 \Rightarrow x = 1$$

Основні перетворення графіків функцій

8) $y = f(-x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Oy (див. приклади на мал.).



$$D(y) : -x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$



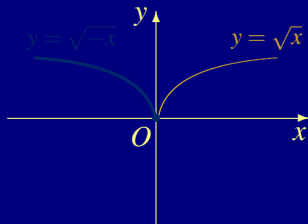
$$D(y) : -3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2$$

В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

Основні перетворення графіків функцій

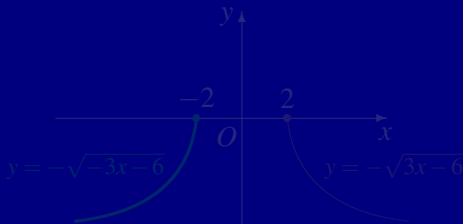
8) $y = f(-x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Oy (див. приклади на мал.).

$$y = \sqrt{-x}$$



$$D(y) : -x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

$$y = -\sqrt{-3x-6}$$



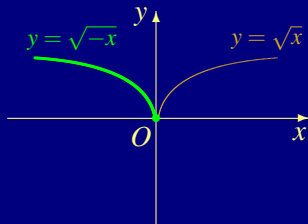
$$D(y) : -3x-6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2$$

В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

Основні перетворення графіків функцій

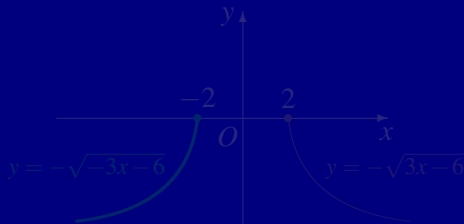
8) $y = f(-x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Oy (див. приклади на мал.).

$$y = \sqrt{-x}$$



$$D(y) : -x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

$$y = -\sqrt{-3x-6}$$



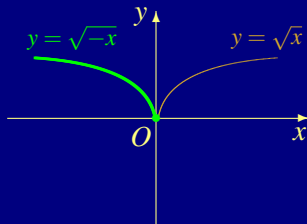
$$D(y) : -3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2$$

В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

Основні перетворення графіків функцій

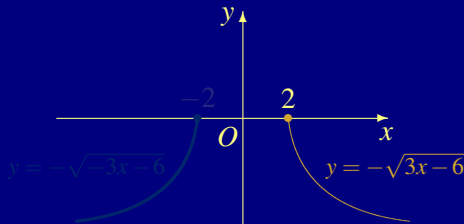
8) $y = f(-x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Oy (див. приклади на мал.).

$$y = \sqrt{-x}$$



$$D(y) : -x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

$$y = -\sqrt{-3x-6}$$



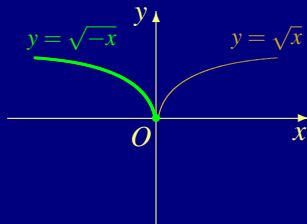
$$D(y) : -3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2$$

В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

Основні перетворення графіків функцій

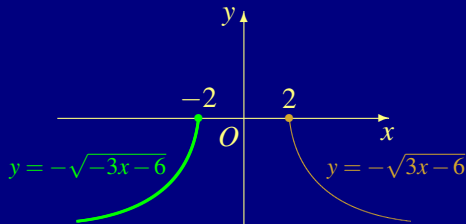
8) $y = f(-x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Oy (див. приклади на мал.).

$$y = \sqrt{-x}$$



$$D(y) : -x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

$$y = -\sqrt{-3x-6}$$



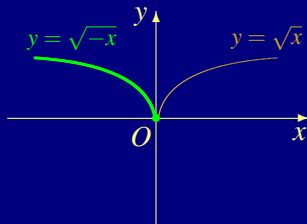
$$D(y) : -3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2$$

В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

Основні перетворення графіків функцій

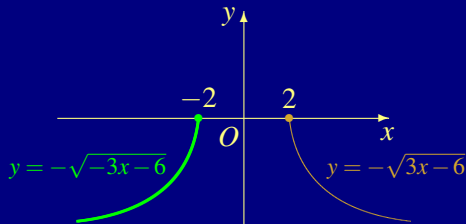
8) $y = f(-x)$ – симетричне відображення графіка $y = f(x)$ відносно осі Oy (див. приклади на мал.).

$$y = \sqrt{-x}$$



$$D(y) : -x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

$$y = -\sqrt{-3x-6}$$

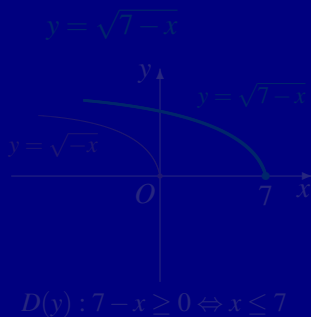


$$D(y) : -3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2$$

В наведених прикладах можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

Основні перетворення графіків функцій

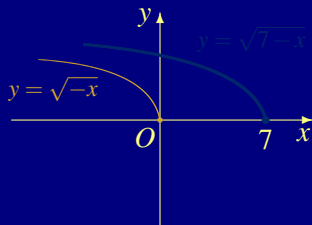
Побудуємо також графік функції $y = \sqrt{7-x}$. Оскільки $y = \sqrt{7-x} = \sqrt{-(x-7)}$, то графік цієї функції отримується зсувом графіка функції $y = \sqrt{-x}$ на 7 одиниць вправо (див. мал.). Тут також можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.



Основні перетворення графіків функцій

Побудуємо також графік функції $y = \sqrt{7-x}$. Оскільки $y = \sqrt{7-x} = \sqrt{-(x-7)}$, то графік цієї функції отримується зсувом графіка функції $y = \sqrt{-x}$ на 7 одиниць вправо (див. мал.). Тут також можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

$$y = \sqrt{7-x}$$

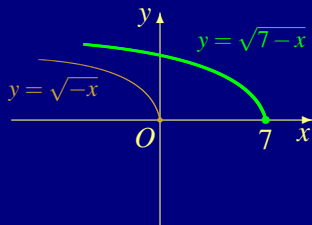


$$D(y) : 7 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 7$$

Основні перетворення графіків функцій

Побудуємо також графік функції $y = \sqrt{7-x}$. Оскільки $y = \sqrt{7-x} = \sqrt{-(x-7)}$, то графік цієї функції отримується зсувом графіка функції $y = \sqrt{-x}$ на 7 одиниць вправо (див. мал.). Тут також можна здійснювати "додатковий контроль" процесу побудови графіка за допомогою знаходження області визначення функції $D(y)$.

$$y = \sqrt{7-x}$$



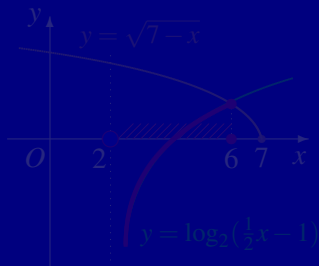
$$D(y) : 7 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 7$$

Основні перетворення графіків функцій

Приклад 2. Розв'язати нерівність $\log_2(\frac{1}{2}x - 1) \leq \sqrt{7-x}$.

Розв'язання. Зобразимо в одній координатній площині графіки функцій $f(x) = \log_2(\frac{1}{2}x - 1)$ і $g(x) = \sqrt{7-x}$.

Графіки цих функцій перетинаються в одній точці. Абсциса цієї точки $x = 6$, оскільки $f(6) = \log_2(\frac{1}{2} \cdot 6 - 1) = 1$ і $g(6) = \sqrt{7-6} = 1$.



Відмітимо частину кривої $y = \log_2(\frac{1}{2}x - 1)$, розміщену не вище кривої $y = \sqrt{7-x}$, і спроектуємо її на вісь Ox , відмічаючи штриховкою відповідний проміжок.

В результаті знаходимо множину розв'язків нерівності — $(2; 6]$.

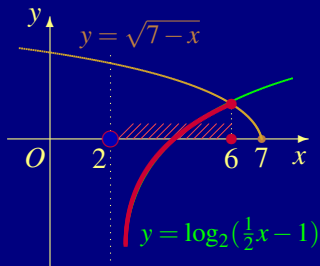
Відповідь: $x \in (2; 6]$.

Основні перетворення графіків функцій

Приклад 2. Розв'язати нерівність $\log_2(\frac{1}{2}x - 1) \leq \sqrt{7-x}$.

Розв'язання. Зобразимо в одній координатній площині графіки функцій $f(x) = \log_2(\frac{1}{2}x - 1)$ і $g(x) = \sqrt{7-x}$.

Графіки цих функцій перетинаються в одній точці. Абсциса цієї точки $x = 6$, оскільки $f(6) = \log_2(\frac{1}{2} \cdot 6 - 1) = 1$ і $g(6) = \sqrt{7-6} = 1$.



Відмітимо частину кривої $y = \log_2(\frac{1}{2}x - 1)$, розміщену не вище кривої $y = \sqrt{7-x}$, і спроектуємо її на вісь Ox , відмічаючи штриховкою відповідний проміжок.

В результаті знаходимо множину розв'язків нерівності — $(2; 6]$.

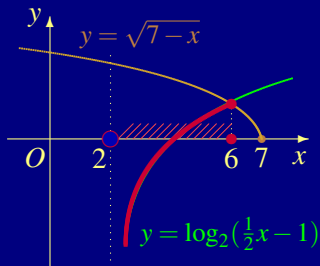
Відповідь: $x \in (2; 6]$.

Основні перетворення графіків функцій

Приклад 2. Розв'язати нерівність $\log_2(\frac{1}{2}x - 1) \leq \sqrt{7-x}$.

Розв'язання. Зобразимо в одній координатній площині графіки функцій $f(x) = \log_2(\frac{1}{2}x - 1)$ і $g(x) = \sqrt{7-x}$.

Графіки цих функцій перетинаються в одній точці. Абсциса цієї точки $x = 6$, оскільки $f(6) = \log_2(\frac{1}{2} \cdot 6 - 1) = 1$ і $g(6) = \sqrt{7-6} = 1$.



Відмітимо частину кривої $y = \log_2(\frac{1}{2}x - 1)$, розміщену не вище кривої $y = \sqrt{7-x}$, і спроектуємо її на вісь Ox , відмічаючи штриховкою відповідний проміжок.

В результаті знаходимо множину розв'язків нерівності — $(2; 6]$.

Відповідь: $x \in (2; 6]$.

Основні перетворення графіків функцій

9) **Графік функції $y = |f(x)|$** . Враховуючи означення модуля

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0, \end{cases}$$

помічаємо, що частина графіка цієї функції співпадає з тією частиною графіка функції $y = f(x)$, яка розміщена **не нижче** осі Ox . Інша частина графіка функції $y = |f(x)|$ отримується симетричним відображенням відносно осі Ox тієї частини графіка функції $y = f(x)$, яка розміщена **нижче** осі Ox (див. далі приклади на мал.).



Основні перетворення графіків функцій

9) **Графік функції** $y = |f(x)|$. Враховуючи означення модуля

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0, \end{cases}$$

помічаємо, що частина графіка цієї функції співпадає з тією частиною графіка функції $y = f(x)$, яка розміщена **не нижче** осі Ox . Інша частина графіка функції $y = |f(x)|$ отримується симетричним відображенням відносно осі Ox тієї частини графіка функції $y = f(x)$, яка розміщена **нижче** осі Ox (див. далі приклади на мал.).

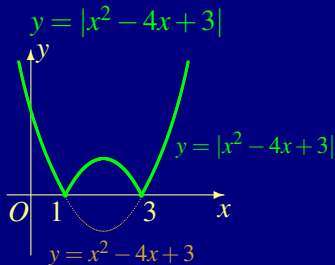


Основні перетворення графіків функцій

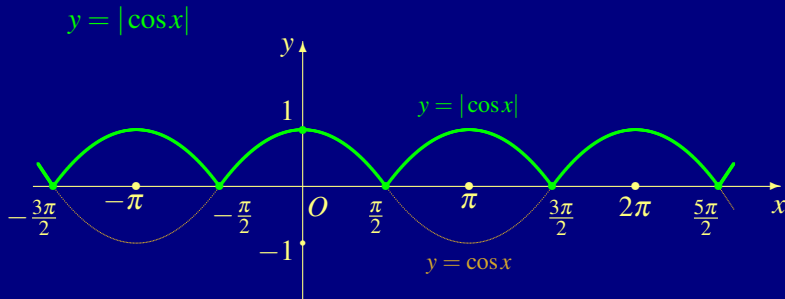
9) **Графік функції** $y = |f(x)|$. Враховуючи означення модуля

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0, \end{cases}$$

помічаємо, що частина графіка цієї функції співпадає з тією частиною графіка функції $y = f(x)$, яка розміщена **не нижче** осі Ox . Інша частина графіка функції $y = |f(x)|$ отримується симетричним відображенням відносно осі Ox тієї частини графіка функції $y = f(x)$, яка розміщена **нижче** осі Ox (див. далі приклади на мал.).



Основні перетворення графіків функцій



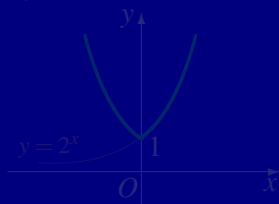
Зазначимо, що у той час, коли головним періодом функції $y = \cos x$ є число 2π , функція $y = |\cos x|$ є періодичною з головним періодом π .

Основні перетворення графіків функцій

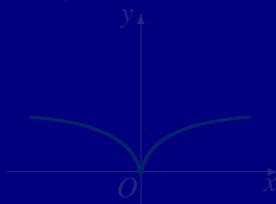
10) **Графік функції $y = f(|x|)$.** Зазначимо, що $f(|-x|) = f(|x|)$, тобто функція $y = f(|x|)$ парна, і тому її графік є симетричним відносно осі Oy .

Оскільки при $x \geq 0$ справедлива рівність $f(|x|) = f(x)$, то частина графіка функції $y = f(|x|)$ співпадає з тією частиною графіка функції $y = f(x)$, яка розміщена **справа** від осі Oy чи безпосередньо на осі ординат. Якщо цю частину відобразити симетрично відносно осі Oy , то отримаємо другу частину графіка функції $y = f(|x|)$, і побудову цього графіка буде завершено (див. далі приклади на мал.).

$$y = 2^{|x|}$$



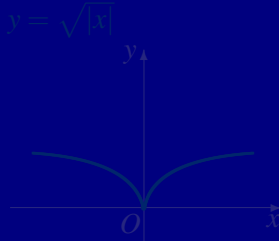
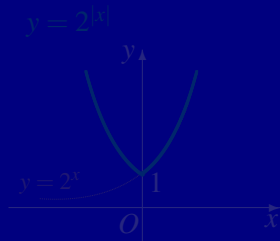
$$y = \sqrt{|x|}$$



Основні перетворення графіків функцій

10) Графік функції $y = f(|x|)$. Зазначимо, що $f(|-x|) = f(|x|)$, тобто функція $y = f(|x|)$ парна, і тому її графік є симетричним відносно осі Oy .

Оскільки при $x \geq 0$ справедлива рівність $f(|x|) = f(x)$, то частина графіка функції $y = f(|x|)$ співпадає з тією частиною графіка функції $y = f(x)$, яка розміщена **справа** від осі Oy чи безпосередньо на осі ординат. Якщо цю частину відобразити симетрично відносно осі Oy , то отримаємо другу частину графіка функції $y = f(|x|)$, і побудову цього графіка буде завершено (див. далі приклади на мал.).

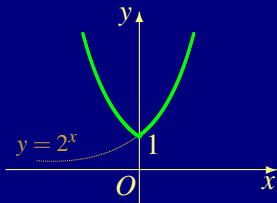


Основні перетворення графіків функцій

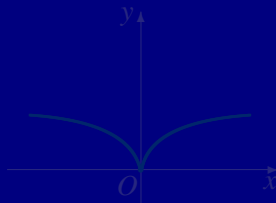
10) Графік функції $y = f(|x|)$. Зазначимо, що $f(|-x|) = f(|x|)$, тобто функція $y = f(|x|)$ парна, і тому її графік є симетричним відносно осі Oy .

Оскільки при $x \geq 0$ справедлива рівність $f(|x|) = f(x)$, то частина графіка функції $y = f(|x|)$ співпадає з тією частиною графіка функції $y = f(x)$, яка розміщена **справа** від осі Oy чи безпосередньо на осі ординат. Якщо цю частину відобразити симетрично відносно осі Oy , то отримаємо другу частину графіка функції $y = f(|x|)$, і побудову цього графіка буде завершено (див. далі приклади на мал.).

$$y = 2^{|x|}$$



$$y = \sqrt{|x|}$$

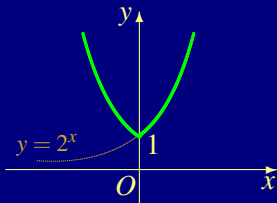


Основні перетворення графіків функцій

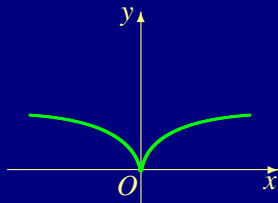
10) Графік функції $y = f(|x|)$. Зазначимо, що $f(|-x|) = f(|x|)$, тобто функція $y = f(|x|)$ парна, і тому її графік є симетричним відносно осі Oy .

Оскільки при $x \geq 0$ справедлива рівність $f(|x|) = f(x)$, то частина графіка функції $y = f(|x|)$ співпадає з тією частиною графіка функції $y = f(x)$, яка розміщена справа від осі Oy чи безпосередньо на осі ординат. Якщо цю частину відобразити симетрично відносно осі Oy , то отримаємо другу частину графіка функції $y = f(|x|)$, і побудову цього графіка буде завершено (див. далі приклади на мал.).

$$y = 2^{|x|}$$

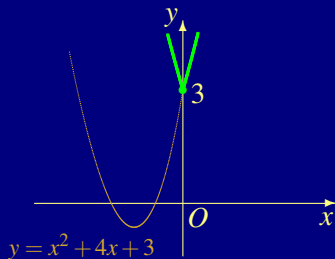


$$y = \sqrt{|x|}$$

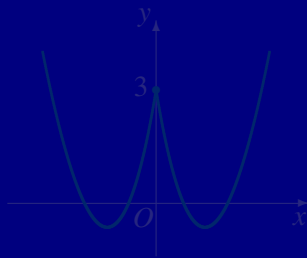


Основні перетворення графіків функцій

$$y = x^2 + 4|x| + 3$$

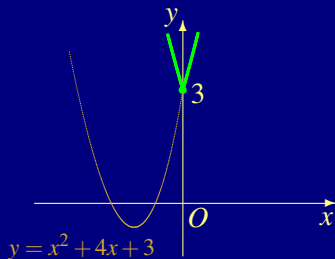


$$y = x^2 - 4|x| + 3$$

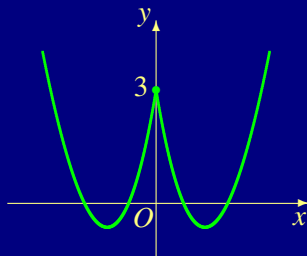


Основні перетворення графіків функцій

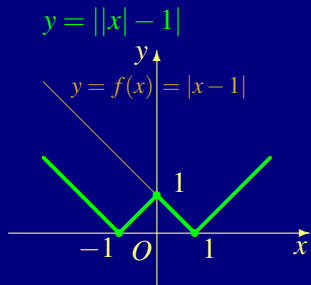
$$y = x^2 + 4|x| + 3$$



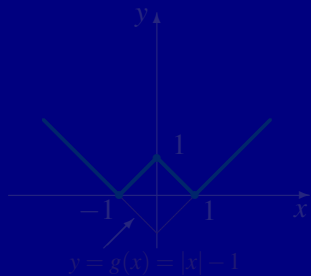
$$y = x^2 - 4|x| + 3$$



Основні перетворення графіків функцій

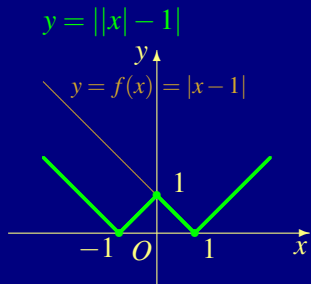


Графік функції $y = ||x| - 1|$ може бути отриманий з графіка функції $y = f(x) = |x - 1|$ описаним тут перетворенням $y = f(|x|)$.

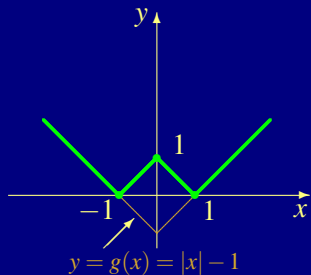


Графік функції $y = ||x| - 1|$ можна також отримати з графіка функції $y = g(x) = |x| - 1$ перетворенням $y = |g(x)|$, описаним вище.

Основні перетворення графіків функцій



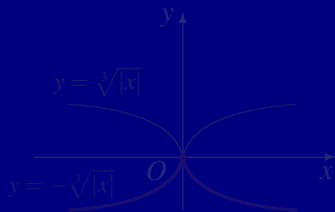
Графік функції $y = ||x| - 1|$ може бути отриманий з графіка функції $y = f(x) = |x - 1|$ описаним тут перетворенням $y = f(|x|)$.



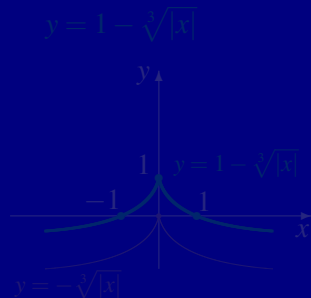
Графік функції $y = ||x| - 1|$ можна також отримати з графіка функції $y = g(x) = |x| - 1$ перетворенням $y = |g(x)|$, описаним вище.

Основні перетворення графіків функцій

Побудуємо також графік функції $y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$.



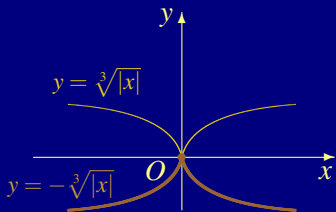
Цей графік отримаємо, якщо спочатку відобразимо графік функції $y = \sqrt[3]{|x|}$ симетрично відносно осі Ox ; при цьому отримаємо графік функції $y = -\sqrt[3]{|x|}$;



потім виконаємо зсув графіка $y = -\sqrt[3]{|x|}$ на одну одиницю вгору і отримаємо графік функції $y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$. Цей графік проходить через точки $(-1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 0)$.

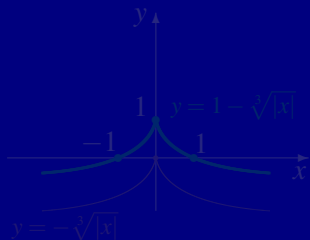
Основні перетворення графіків функцій

Побудуємо також графік функції $y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$.



Цей графік отримаємо, якщо спочатку відобразимо графік функції $y = \sqrt[3]{|x|}$ симетрично відносно осі Ox ; при цьому отримаємо графік функції $y = -\sqrt[3]{|x|}$;

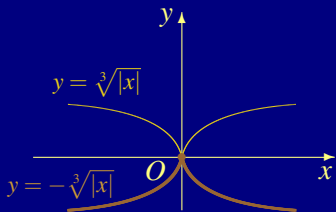
$$y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$$



потім виконаємо зсув графіка $y = -\sqrt[3]{|x|}$ на одну одиницю вгору і отримаємо графік функції $y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$. Цей графік проходить через точки $(-1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 0)$.

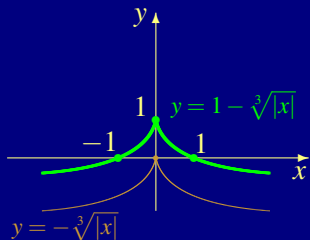
Основні перетворення графіків функцій

Побудуємо також графік функції $y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$.



Цей графік отримаємо, якщо спочатку відобразимо графік функції $y = \sqrt[3]{|x|}$ симетрично відносно осі Ox ; при цьому отримаємо графік функції $y = -\sqrt[3]{|x|}$;

$$y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$$

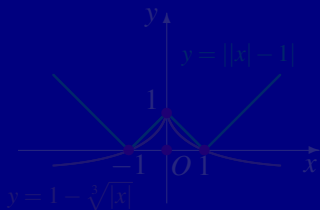


потім виконаємо зсув графіка $y = -\sqrt[3]{|x|}$ на одну одиницю вгору і отримаємо графік функції $y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$. Цей графік проходить через точки $(-1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 0)$.

Основні перетворення графіків функцій

Приклад 3. Розв'язати рівняння $||x| - 1| = 1 - \sqrt[3]{|x|}$.

Розв'язання. Зобразимо в одній координатній площині графіки функцій $y = ||x| - 1|$ і $y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$ (див. мал.). Графіки цих функцій перетинаються в трьох точках: $(-1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 0)$. Отже, рівняння має три корені – це абсциси точок перетину, тобто $x = 0$ і $x = \pm 1$.

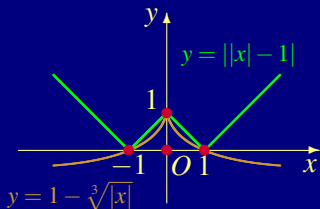


Відповідь: $x \in \{0; -1; 1\}$.

Основні перетворення графіків функцій

Приклад 3. Розв'язати рівняння $||x| - 1| = 1 - \sqrt[3]{|x|}$.

Розв'язання. Зобразимо в одній координатній площині графіки функцій $y = ||x| - 1|$ і $y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$ (див. мал.). Графіки цих функцій перетинаються в трьох точках: $(-1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 0)$. Отже, рівняння має три корені – це абсциси точок перетину, тобто $x = 0$ і $x = \pm 1$.

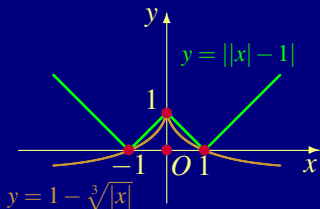


Відповідь: $x \in \{0; -1; 1\}$.

Основні перетворення графіків функцій

Приклад 3. Розв'язати рівняння $||x| - 1| = 1 - \sqrt[3]{|x|}$.

Розв'язання. Зобразимо в одній координатній площині графіки функцій $y = ||x| - 1|$ і $y = 1 - \sqrt[3]{|x|}$ (див. мал.). Графіки цих функцій перетинаються в трьох точках: $(-1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 0)$. Отже, рівняння має три корені – це абсциси точок перетину, тобто $x = 0$ і $x = \pm 1$.



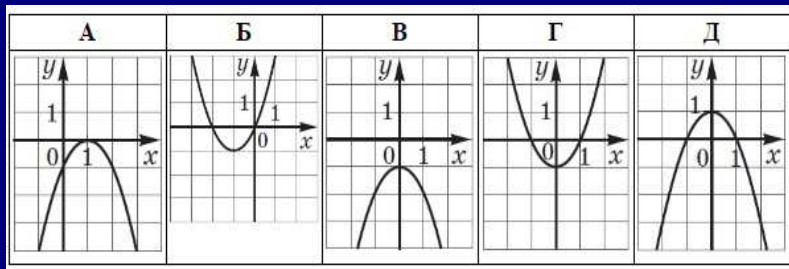
Відповідь: $x \in \{0; -1; 1\}$.

Приклади із ЗНО

Приклад 4 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2017 р.).

На одному з рисунків зображено графік функції $y = 1 - x^2$.

Вкажіть цей рисунок.



Розв'язання. Графіком функції $y = 1 - x^2$ є парабола, вітки якої направлені вниз. Оскільки $y(0) = 1 - 0^2 = 1$, то парабола проходить через точку $(0; 1)$. Отже, графік функції $y = 1 - x^2$ зображено на рис. Д.

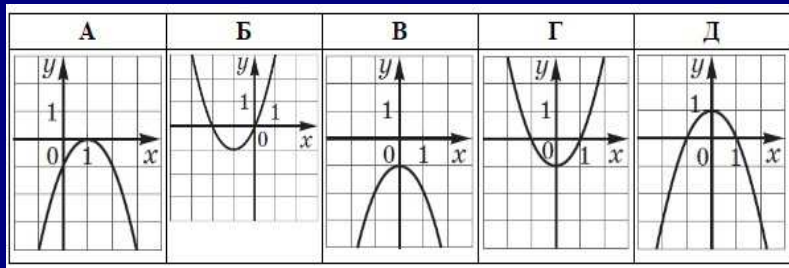
Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 4 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2017 р.).

На одному з рисунків зображено графік функції $y = 1 - x^2$.

Вкажіть цей рисунок.



Розв'язання. Графіком функції $y = 1 - x^2$ є парабола, вітки якої направлені вниз. Оскільки $y(0) = 1 - 0^2 = 1$, то парабола проходить через точку $(0; 1)$. Отже, графік функції $y = 1 - x^2$ зображено на рис. Д.

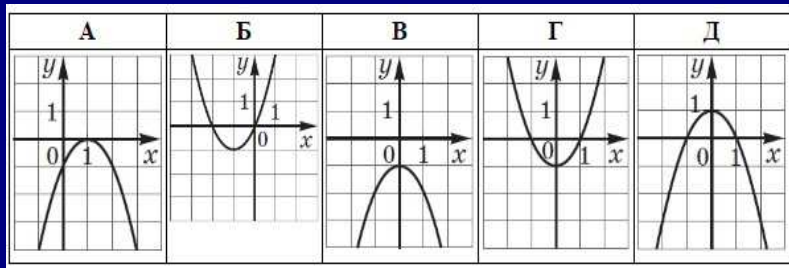
Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 4 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2017 р.).

На одному з рисунків зображено графік функції $y = 1 - x^2$.

Вкажіть цей рисунок.

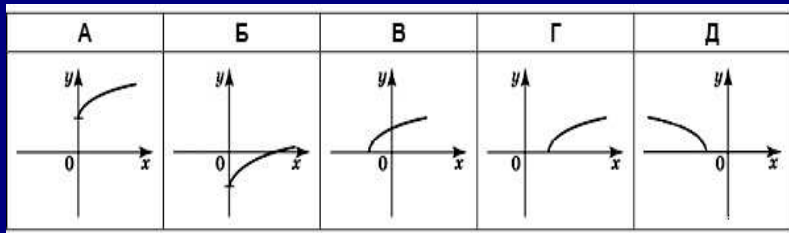


Розв'язання. Графіком функції $y = 1 - x^2$ є парабола, вітки якої направлені вниз. Оскільки $y(0) = 1 - 0^2 = 1$, то парабола проходить через точку $(0; 1)$. Отже, графік функції $y = 1 - x^2$ зображено на рис. Д.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 5 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2015 р.). На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = \sqrt{x-2}$?

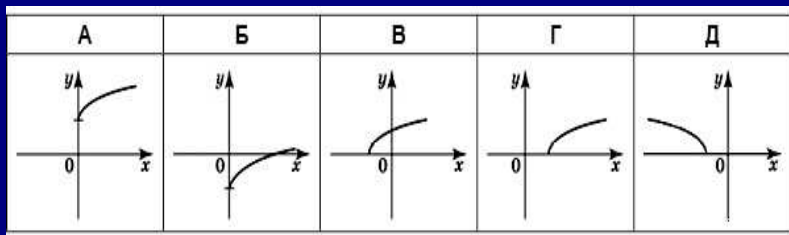


Розв'язання. Графік функції $y = \sqrt{x-2}$ отримується зсувом графіка функції $y = \sqrt{x}$, що проходить через початок координат, на 2 одиниці вправо. Отже, ескіз графіка функції $y = \sqrt{x-2}$ зображено на рис. Г.

Відповідь: Г.

Приклади із ЗНО

Приклад 5 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2015 р.). На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = \sqrt{x-2}$?

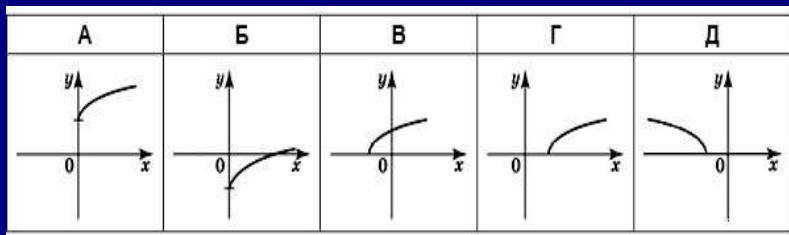


Розв'язання. Графік функції $y = \sqrt{x-2}$ отримується зсувом графіка функції $y = \sqrt{x}$, що проходить через початок координат, на 2 одиниці вправо. Отже, ескіз графіка функції $y = \sqrt{x-2}$ зображено на рис. Г.

Відповідь: Г.

Приклади із ЗНО

Приклад 5 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2015 р.). На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = \sqrt{x-2}$?



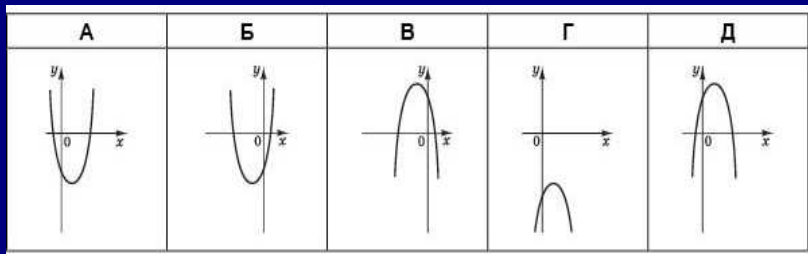
Розв'язання. Графік функції $y = \sqrt{x-2}$ отримується зсувом графіка функції $y = \sqrt{x}$, що проходить через початок координат, на 2 одиниці вправо. Отже, ескіз графіка функції $y = \sqrt{x-2}$ зображено на рис. Г.

Відповідь: Г.

Приклади із ЗНО

Приклад 6 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2012 р.).

На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = 4 - (x - 1)^2$?



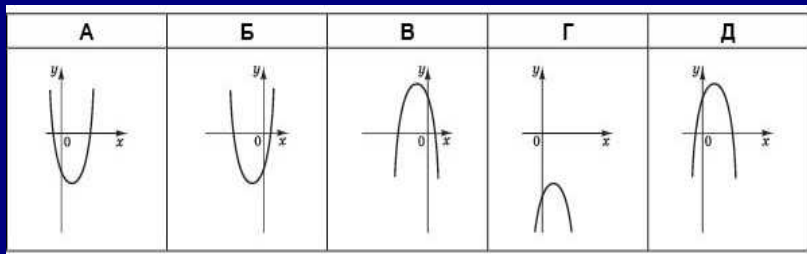
Розв'язання. Графіком функції $y = 4 - (x - 1)^2$ є парабола, вітки якої направлені вниз. Вершина параболи має координати $x = 1$ і $y = y(1) = 4$, тобто це точка $(1; 4)$. Отже, ескіз графіка функції $y = 4 - (x - 1)^2$ зображено на рис. Д.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 6 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2012 р.).

На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = 4 - (x - 1)^2$?



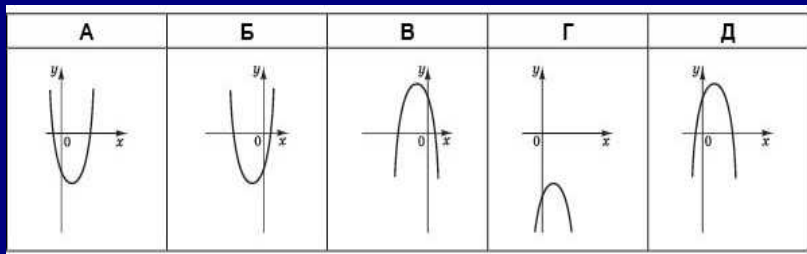
Розв'язання. Графіком функції $y = 4 - (x - 1)^2$ є парабола, вітки якої направлені вниз. Вершина параболи має координати $x = 1$ і $y = y(1) = 4$, тобто це точка $(1; 4)$. Отже, ескіз графіка функції $y = 4 - (x - 1)^2$ зображено на рис. Д.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 6 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2012 р.).

На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = 4 - (x - 1)^2$?



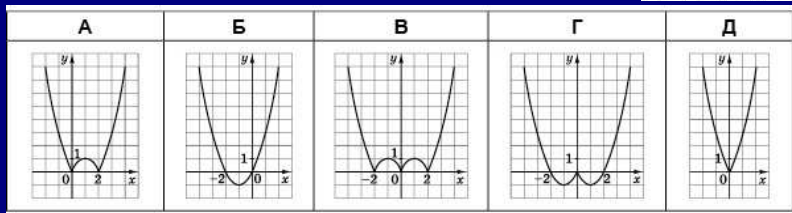
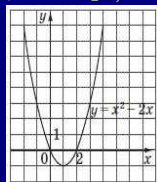
Розв'язання. Графіком функції $y = 4 - (x - 1)^2$ є парабола, вітки якої направлені вниз. Вершина параболи має координати $x = 1$ і $y = y(1) = 4$, тобто це точка $(1; 4)$. Отже, ескіз графіка функції $y = 4 - (x - 1)^2$ зображено на рис. Д.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 7 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2013 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = x^2 - 2x$. Вкажіть графік функції $y = |x^2 - 2x|$.



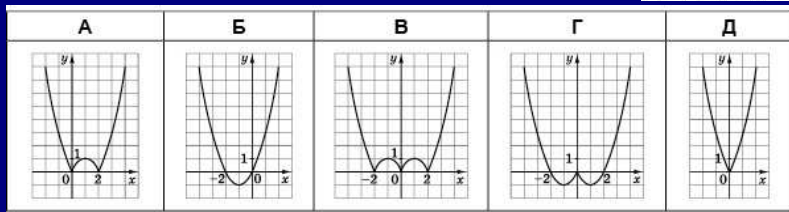
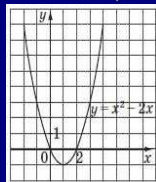
Розв'язання. При побудові графіка $y = |x^2 - 2x|$ частина параболи $y = x^2 - 2x$, розміщена нижче осі Ox , симетрично відображається відносно цієї осі. В результаті отримується графік, зображений на рис. А.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 7 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2013 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = x^2 - 2x$. Вкажіть графік функції $y = |x^2 - 2x|$.



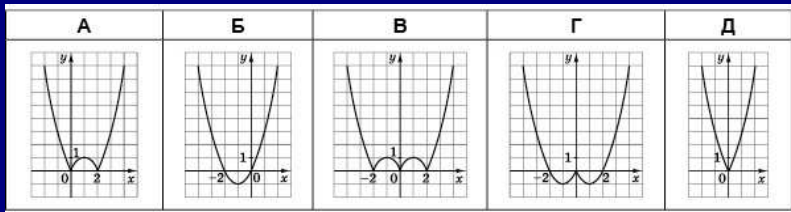
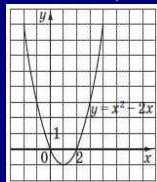
Розв'язання. При побудові графіка $y = |x^2 - 2x|$ частина параболи $y = x^2 - 2x$, розміщена нижче осі Ox , симетрично відображається відносно цієї осі. В результаті отримується графік, зображений на рис. А.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 7 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2013 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = x^2 - 2x$. Вкажіть графік функції $y = |x^2 - 2x|$.

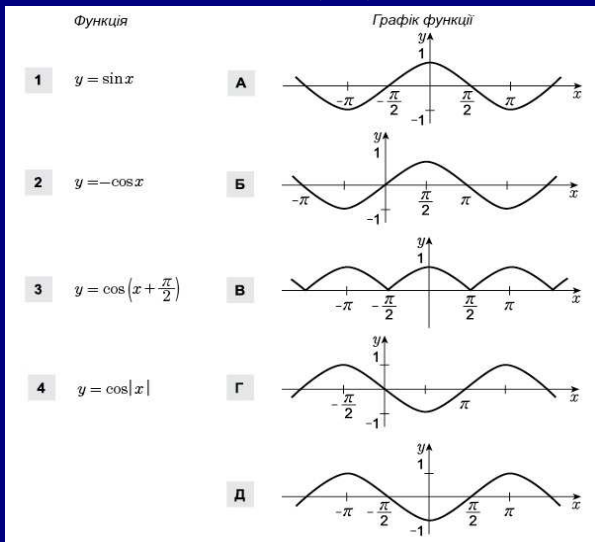


Розв'язання. При побудові графіка $y = |x^2 - 2x|$ частина параболи $y = x^2 - 2x$, розміщена нижче осі Ox , симетрично відображається відносно цієї осі. В результаті отримується графік, зображений на рис. А.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 8 (Пробне тестування ЗНО, 2011 р.). Встановіть відповідність між функціями (1–4) та їхніми графіками (А–Д).



Приклади із ЗНО

Розв'язання. Графік функції $y = \sin x$ зображено на рис. Б. Отже, 1-Б.

Оскільки функція $y = \cos |x|$ є парною, то її графік є симетричним відносно осі Oy , як і сама косинусоїда $y = \cos x$, зображена на рис. А. Отже, 4-А.

Графік функції $y = -\cos x$ є симетричним вказаній косинусоїді відносно осі Ox і, значить, зображений на рис. Д. Отже, 2-Д.

Нарешті, при побудові графіка функції $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ косинусоїда, зображена на рис. А, зміщується вліво на $\frac{\pi}{2}$. В результаті отримується графік, зображений на рис. Г.

Отже, 3-Г.

Відповідь: 1-Б, 2-Д, 3-Г, 4-А.

Приклади із ЗНО

Розв'язання. Графік функції $y = \sin x$ зображено на рис. Б. Отже, 1-Б.

Оскільки функція $y = \cos |x|$ є парною, то її графік є симетричним відносно осі Oy , як і сама косинусоїда $y = \cos x$, зображена на рис. А. Отже, 4-А.

Графік функції $y = -\cos x$ є симетричним вказаній косинусоїді відносно осі Ox і, значить, зображений на рис. Д. Отже, 2-Д.

Нарешті, при побудові графіка функції $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ косинусоїда, зображена на рис. А, зміщується вліво на $\frac{\pi}{2}$.

В результаті отримується графік, зображений на рис. Г.

Отже, 3-Г.

Відповідь: 1-Б, 2-Д, 3-Г, 4-А.

Приклади із ЗНО

Розв'язання. Графік функції $y = \sin x$ зображено на рис. Б. Отже, 1-Б.

Оскільки функція $y = \cos |x|$ є парною, то її графік є симетричним відносно осі Oy , як і сама косинусоїда $y = \cos x$, зображена на рис. А. Отже, 4-А.

Графік функції $y = -\cos x$ є симетричним вказаній косинусоїді відносно осі Ox і, значить, зображений на рис. Д. Отже, 2-Д.

Нарешті, при побудові графіка функції $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ косинусоїда, зображена на рис. А, зміщується вліво на $\frac{\pi}{2}$. В результаті отримується графік, зображений на рис. Г.

Отже, 3-Г.

Відповідь: 1-Б, 2-Д, 3-Г, 4-А.

Приклади із ЗНО

Розв'язання. Графік функції $y = \sin x$ зображено на рис. Б. Отже, 1-Б.

Оскільки функція $y = \cos |x|$ є парною, то її графік є симетричним відносно осі Oy , як і сама косинусоїда $y = \cos x$, зображена на рис. А. Отже, 4-А.

Графік функції $y = -\cos x$ є симетричним вказаній косинусоїді відносно осі Ox і, значить, зображений на рис. Д. Отже, 2-Д.

Нарешті, при побудові графіка функції $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ косинусоїда, зображена на рис. А, зміщується вліво на $\frac{\pi}{2}$.

В результаті отримується графік, зображений на рис. Г.

Отже, 3-Г.

Відповідь: 1-Б, 2-Д, 3-Г, 4-А.

Приклади із ЗНО

Розв'язання. Графік функції $y = \sin x$ зображено на рис. Б. Отже, 1-Б.

Оскільки функція $y = \cos |x|$ є парною, то її графік є симетричним відносно осі Oy , як і сама косинусоїда $y = \cos x$, зображена на рис. А. Отже, 4-А.

Графік функції $y = -\cos x$ є симетричним вказаній косинусоїді відносно осі Ox і, значить, зображений на рис. Д. Отже, 2-Д.

Нарешті, при побудові графіка функції $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ косинусоїда, зображена на рис. А, зміщується вліво на $\frac{\pi}{2}$. В результаті отримується графік, зображений на рис. Г.

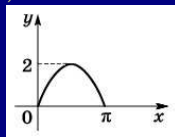
Отже, 3-Г.

Відповідь: 1-Б, 2-Д, 3-Г, 4-А.

Приклади із ЗНО

Приклад 9 (Пробне тестування ЗНО, 2016 р.).

На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $[0; \pi]$. Вкажіть цю функцію.



А	Б	В	Г	Д
$y = 2 \sin x$	$y = \sin 2x$	$y = 2 \cos x$	$y = \cos 2x$	$y = -2 \sin x$

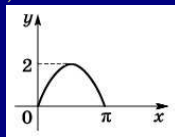
Розв'язання. На рисунку зображено фрагмент графіка, який можна отримати із синусоїди $y = \sin x$ розтягом її в 2 рази вздовж осі Oy , тобто це фрагмент графіка функції $y = 2 \sin x$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 9 (Пробне тестування ЗНО, 2016 р.).

На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $[0; \pi]$. Вкажіть цю функцію.



А	Б	В	Г	Д
$y = 2 \sin x$	$y = \sin 2x$	$y = 2 \cos x$	$y = \cos 2x$	$y = -2 \sin x$

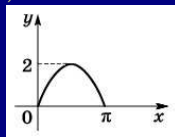
Розв'язання. На рисунку зображено фрагмент графіка, який можна отримати із синусоїди $y = \sin x$ розтягом її в 2 рази вздовж осі Oy , тобто це фрагмент графіка функції $y = 2 \sin x$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 9 (Пробне тестування ЗНО, 2016 р.).

На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $[0; \pi]$. Вкажіть цю функцію.



А	Б	В	Г	Д
$y = 2 \sin x$	$y = \sin 2x$	$y = 2 \cos x$	$y = \cos 2x$	$y = -2 \sin x$

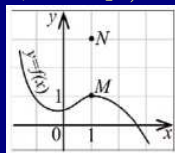
Розв'язання. На рисунку зображено фрагмент графіка, який можна отримати із синусоїди $y = \sin x$ розтягом її в 2 рази вздовж осі Oy , тобто це фрагмент графіка функції $y = 2 \sin x$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 10 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2009 р.).

Графік функції $y = f(x)$ проходить через точку $M(1;1)$ (див. рисунок). При якому значенні a графік функції $y = f(x) + a$ проходить через точку $N(1;3)$?



А	Б	В	Г	Д
$a = 2$	$a = -2$	такого значення не існує	$a = \frac{1}{3}$	$a = 3$

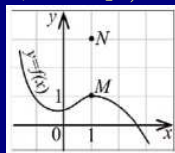
Розв'язання. Щоб графік функції $y = f(x) + a$ пройшов через точку N , необхідно здійснити зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy , при якому точка $M(1;1)$ перейде в точку $N(1;3)$, тобто зсув на 2 одиниці вгору. Тому $a = 2$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 10 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2009 р.).

Графік функції $y = f(x)$ проходить через точку $M(1;1)$ (див. рисунок). При якому значенні a графік функції $y = f(x) + a$ проходить через точку $N(1;3)$?



А	Б	В	Г	Д
$a = 2$	$a = -2$	такого значення не існує	$a = \frac{1}{3}$	$a = 3$

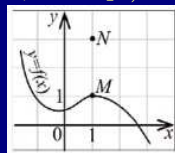
Розв'язання. Щоб графік функції $y = f(x) + a$ пройшов через точку N , необхідно здійснити зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy , при якому точка $M(1;1)$ перейде в точку $N(1;3)$, тобто зсув на 2 одиниці вгору. Тому $a = 2$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 10 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2009 р.).

Графік функції $y = f(x)$ проходить через точку $M(1;1)$ (див. рисунок). При якому значенні a графік функції $y = f(x) + a$ проходить через точку $N(1;3)$?



А	Б	В	Г	Д
$a = 2$	$a = -2$	такого значення не існує	$a = \frac{1}{3}$	$a = 3$

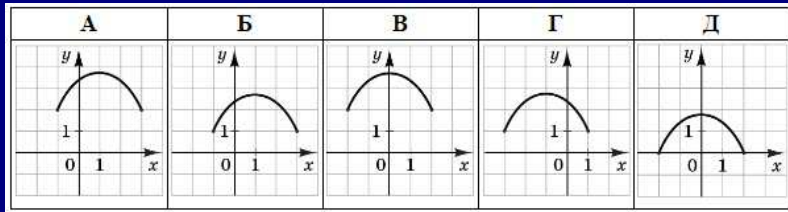
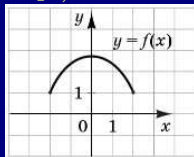
Розв'язання. Щоб графік функції $y = f(x) + a$ пройшов через точку N , необхідно здійснити зсув графіка функції $y = f(x)$ вздовж осі Oy , при якому точка $M(1;1)$ перейде в точку $N(1;3)$, тобто зсув на 2 одиниці вгору. Тому $a = 2$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 11 (Пробне тестування ЗНО, 2018 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-2; 2]$. Укажіть рисунок, на якому зображено графік функції $y = f(x+1)$.



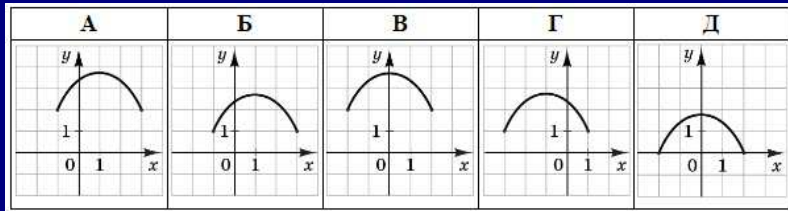
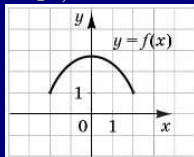
Розв'язання. Графік функції $y = f(x+1)$ отримується зсувом графіка функції $y = f(x)$ на 1 одиницю вліво. Отже, графік функції $y = f(x+1)$ зображено на рис. Г.

Відповідь: Г.

Приклади із ЗНО

Приклад 11 (Пробне тестування ЗНО, 2018 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-2; 2]$. Укажіть рисунок, на якому зображено графік функції $y = f(x + 1)$.



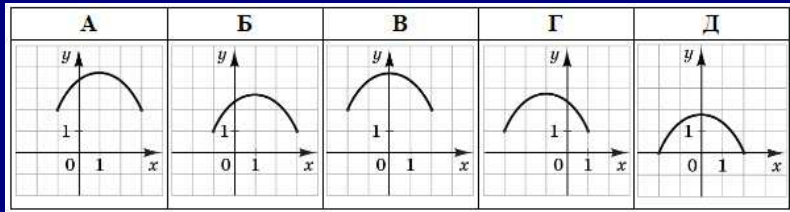
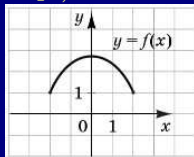
Розв'язання. Графік функції $y = f(x + 1)$ отримується зсувом графіка функції $y = f(x)$ на 1 одиницю вліво. Отже, графік функції $y = f(x + 1)$ зображено на рис. Г.

Відповідь: Г.

Приклади із ЗНО

Приклад 11 (Пробне тестування ЗНО, 2018 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-2; 2]$. Укажіть рисунок, на якому зображено графік функції $y = f(x + 1)$.

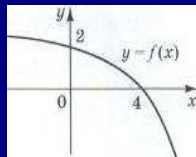


Розв'язання. Графік функції $y = f(x + 1)$ отримується зсувом графіка функції $y = f(x)$ на 1 одиницю вліво. Отже, графік функції $y = f(x + 1)$ зображено на рис. Г.

Відповідь: Г.

Приклади із ЗНО

Приклад 12 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2012 р.).
На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, спадної на проміжку $(-\infty; +\infty)$.
Встановіть відповідність між функцією (1-4) та точкою перетину її графіка з віссю Ox (А-Д).



Функція:

1) $y = f(x+2)$;

2) $y = f(x-2)$;

3) $y = 2f(x)$;

4) $y = f(x) - 2$.

Точка перетину:

А) $(0;0)$;

Б) $(2;0)$;

В) $(4;0)$;

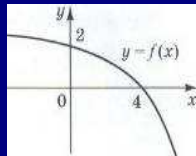
Г) $(6;0)$;

Д) $(8;0)$.

Розв'язання. Графік функції $y = f(x+2)$ отримується зсувом заданого графіка на 2 одиниці вліво. Тому графік функції $y = f(x+2)$ перетинає вісь Ox в точці $(2;0)$. Отже, 1-Б.

Приклади із ЗНО

Приклад 12 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2012 р.).
На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, спадної на проміжку $(-\infty; +\infty)$.
Встановіть відповідність між функцією (1-4) та точкою перетину її графіка з віссю Ox (А-Д).



Функція:

1) $y = f(x + 2)$;

2) $y = f(x - 2)$;

3) $y = 2f(x)$;

4) $y = f(x) - 2$.

Точка перетину:

А) $(0; 0)$;

Б) $(2; 0)$;

В) $(4; 0)$;

Г) $(6; 0)$;

Д) $(8; 0)$.

Розв'язання. Графік функції $y = f(x + 2)$ отримується зсувом заданого графіка на 2 одиниці вліво. Тому графік функції $y = f(x + 2)$ перетинає вісь Ox в точці $(2; 0)$. Отже, 1-Б.

Приклади із ЗНО

Графік функції $y = f(x - 2)$ отримується зсувом заданого графіка на 2 одиниці вправо. Тому графік функції $y = f(x - 2)$ перетинає вісь Ox в точці $(6; 0)$. Отже, 2-Г.

Графік функції $y = 2f(x)$ перетинає вісь Ox в тій же точці, що і графік функції $y = f(x)$, тобто в точці $(4; 0)$. Отже, 3-В.

Нарешті, графік функції $y = f(x) - 2$ отримується зсувом заданого графіка на 2 одиниці вниз. Тому графік функції $y = f(x) - 2$ перетинає вісь Ox у початку координат – точці $(0; 0)$. Отже, 4-А.

Відповідь: 1-Б, 2-Г, 3-В, 4-А.

Приклади із ЗНО

Графік функції $y = f(x - 2)$ отримується зсувом заданого графіка на 2 одиниці вправо. Тому графік функції $y = f(x - 2)$ перетинає вісь Ox в точці $(6; 0)$. Отже, 2-Г.

Графік функції $y = 2f(x)$ перетинає вісь Ox в тій же точці, що і графік функції $y = f(x)$, тобто в точці $(4; 0)$. Отже, 3-В.

Нарешті, графік функції $y = f(x) - 2$ отримується зсувом заданого графіка на 2 одиниці вниз. Тому графік функції $y = f(x) - 2$ перетинає вісь Ox у початку координат – точці $(0; 0)$. Отже, 4-А.

Відповідь: 1-Б, 2-Г, 3-В, 4-А.

Приклади із ЗНО

Графік функції $y = f(x - 2)$ отримується зсувом заданого графіка на 2 одиниці вправо. Тому графік функції $y = f(x - 2)$ перетинає вісь Ox в точці $(6; 0)$. Отже, 2-Г.

Графік функції $y = 2f(x)$ перетинає вісь Ox в тій же точці, що і графік функції $y = f(x)$, тобто в точці $(4; 0)$. Отже, 3-В.

Нарешті, графік функції $y = f(x) - 2$ отримується зсувом заданого графіка на 2 одиниці вниз. Тому графік функції $y = f(x) - 2$ перетинає вісь Ox у початку координат – точці $(0; 0)$. Отже, 4-А.

Відповідь: 1-Б, 2-Г, 3-В, 4-А.

Приклади із ЗНО

Графік функції $y = f(x - 2)$ отримується зсувом заданого графіка на 2 одиниці вправо. Тому графік функції $y = f(x - 2)$ перетинає вісь Ox в точці $(6; 0)$. Отже, 2-Г.

Графік функції $y = 2f(x)$ перетинає вісь Ox в тій же точці, що і графік функції $y = f(x)$, тобто в точці $(4; 0)$. Отже, 3-В.

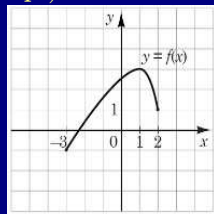
Нарешті, графік функції $y = f(x) - 2$ отримується зсувом заданого графіка на 2 одиниці вниз. Тому графік функції $y = f(x) - 2$ перетинає вісь Ox у початку координат – точці $(0; 0)$. Отже, 4-А.

Відповідь: 1-Б, 2-Г, 3-В, 4-А.

Приклади із ЗНО

Приклад 13 (Пробне тестування ЗНО, 2019 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 2]$.
Укажіть точку екстремуму функції $y = f(x+3) - 2$.



А	Б	В	Г	Д
$x_0 = -2$	$x_0 = 1$	$x_0 = 4$	$x_0 = -1$	$x_0 = 3$

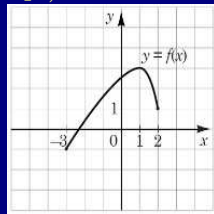
Розв'язання. Графік функції $y = f(x+3) - 2$ отримується зсувом заданного графіка на 3 одиниці вліво і на 2 одиниці вниз. При цьому точка максимума $x_{\max} = 1$ заданої функції зміщується вліво на 3 одиниці, тобто переходить в точку $x_0 = -2$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 13 (Пробне тестування ЗНО, 2019 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 2]$.
Укажіть точку екстремуму функції $y = f(x+3) - 2$.



А	Б	В	Г	Д
$x_0 = -2$	$x_0 = 1$	$x_0 = 4$	$x_0 = -1$	$x_0 = 3$

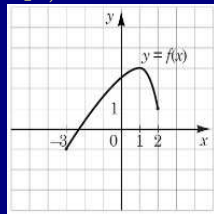
Розв'язання. Графік функції $y = f(x+3) - 2$ отримується зсувом заданного графіка на 3 одиниці вліво і на 2 одиниці вниз. При цьому точка максимума $x_{\max} = 1$ заданої функції зміщується вліво на 3 одиниці, тобто переходить в точку $x_0 = -2$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 13 (Пробне тестування ЗНО, 2019 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 2]$.
Укажіть точку екстремуму функції $y = f(x+3) - 2$.



А	Б	В	Г	Д
$x_0 = -2$	$x_0 = 1$	$x_0 = 4$	$x_0 = -1$	$x_0 = 3$

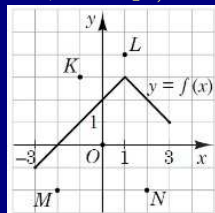
Розв'язання. Графік функції $y = f(x+3) - 2$ отримується зсувом заданного графіка на 3 одиниці вліво і на 2 одиниці вниз. При цьому точка максимума $x_{\max} = 1$ заданої функції зміщується вліво на 3 одиниці, тобто переходить в точку $x_0 = -2$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 14 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2019 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 3]$. Одна з наведених точок належить графіку функції $y = -f(x)$. Укажіть цю точку.



А	Б	В	Г	Д
К	Л	О	М	Н

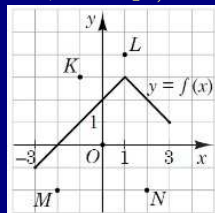
Розв'язання. Оскільки графік функції $y = -f(x)$ є симетричним заданому графіку відносно осі Ox і точка $(2; 2)$ належить графіку функції $y = f(x)$, то графіку функції $y = -f(x)$ належить точка $N(2; -2)$.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 14 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2019 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 3]$. Одна з наведених точок належить графіку функції $y = -f(x)$. Укажіть цю точку.



А	Б	В	Г	Д
К	Л	О	М	Н

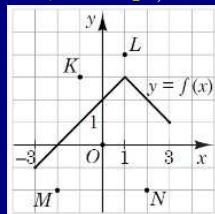
Розв'язання. Оскільки графік функції $y = -f(x)$ є симетричним заданому графіку відносно осі Ox і точка $(2; 2)$ належить графіку функції $y = f(x)$, то графіку функції $y = -f(x)$ належить точка $N(2; -2)$.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 14 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2019 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 3]$. Одна з наведених точок належить графіку функції $y = -f(x)$. Укажіть цю точку.



А	Б	В	Г	Д
К	Л	О	М	Н

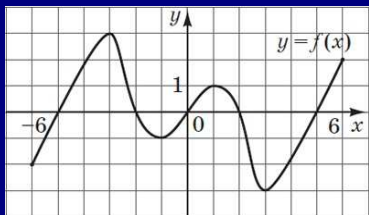
Розв'язання. Оскільки графік функції $y = -f(x)$ є симетричним заданому графіку відносно осі Ox і точка $(2; 2)$ належить графіку функції $y = f(x)$, то графіку функції $y = -f(x)$ належить точка $N(2; -2)$.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 15 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2014 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-6; 6]$. Яку властивість має функція $y = f(x)$?



- А функція є періодичною;
- Б функція зростає на проміжку $[-6; 6]$;
- В функція спадає на проміжку $[-6; 6]$;
- Г функція є парною;
- Д функція є непарною.

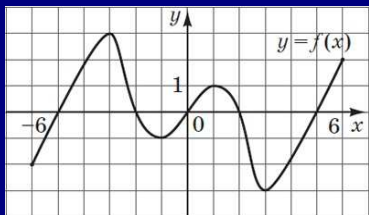
Розв'язання. Оскільки графік функції $y = f(x)$ є симетричним відносно початку координат, то функція $y = f(x)$ є непарною.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 15 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2014 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-6; 6]$. Яку властивість має функція $y = f(x)$?



- А функція є періодичною;
- Б функція зростає на проміжку $[-6; 6]$;
- В функція спадає на проміжку $[-6; 6]$;
- Г функція є парною;
- Д функція є непарною.

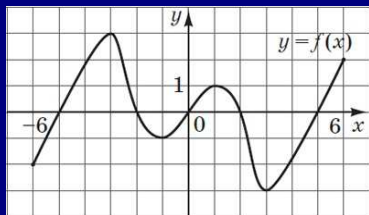
Розв'язання. Оскільки графік функції $y = f(x)$ є симетричним відносно початку координат, то функція $y = f(x)$ є непарною.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 15 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2014 р.).

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-6; 6]$. Яку властивість має функція $y = f(x)$?



- А функція є періодичною;
- Б функція зростає на проміжку $[-6; 6]$;
- В функція спадає на проміжку $[-6; 6]$;
- Г функція є парною;
- Д функція є непарною.

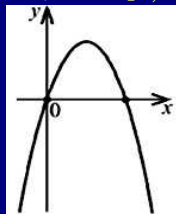
Розв'язання. Оскільки графік функції $y = f(x)$ є симетричним відносно початку координат, то функція $y = f(x)$ є непарною.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 16 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2010 р.).

На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = ax^2 + bx + c$. Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів a, b, c .



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$

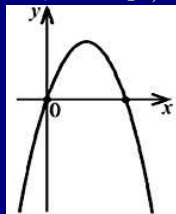
Розв'язання. Оскільки вітки параболи $y = ax^2 + bx + c$ направлені вниз, то $a < 0$. Оскільки парабола проходить через точку $(0; 0)$, то $c = 0$. Оскільки для абсциси вершини заданої параболи справедливі співвідношення $x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2a} > 0$ і при цьому $a < 0$, то $b > 0$.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 16 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2010 р.).

На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = ax^2 + bx + c$. Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів a, b, c .



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$

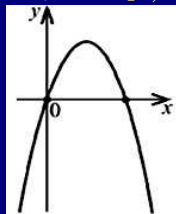
Розв'язання. Оскільки вітки параболи $y = ax^2 + bx + c$ направлені вниз, то $a < 0$. Оскільки парабола проходить через точку $(0; 0)$, то $c = 0$. Оскільки для абсциси вершини заданої параболи справедливі співвідношення $x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2a} > 0$ і при цьому $a < 0$, то $b > 0$.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 16 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2010 р.).

На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = ax^2 + bx + c$. Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів a, b, c .



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$

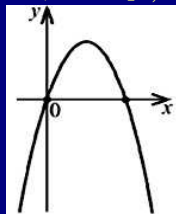
Розв'язання. Оскільки вітки параболи $y = ax^2 + bx + c$ направлені вниз, то $a < 0$. Оскільки парабола проходить через точку $(0;0)$, то $c = 0$. Оскільки для абсциси вершини заданої параболи справедливі співвідношення $x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2a} > 0$ і при цьому $a < 0$, то $b > 0$.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 16 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2010 р.).

На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = ax^2 + bx + c$. Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів a, b, c .



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$

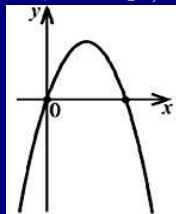
Розв'язання. Оскільки вітки параболи $y = ax^2 + bx + c$ направлені вниз, то $a < 0$. Оскільки парабола проходить через точку $(0; 0)$, то $c = 0$. Оскільки для абсциси вершини заданої параболи справедливі співвідношення $x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2a} > 0$ і при цьому $a < 0$, то $b > 0$.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 16 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2010 р.).

На рисунку зображено ескіз графіка функції $y = ax^2 + bx + c$. Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів a, b, c .



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$

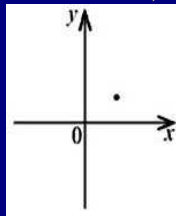
Розв'язання. Оскільки вітки параболи $y = ax^2 + bx + c$ направлені вниз, то $a < 0$. Оскільки парабола проходить через точку $(0;0)$, то $c = 0$. Оскільки для абсциси вершини заданої параболи справедливі співвідношення $x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2a} > 0$ і при цьому $a < 0$, то $b > 0$.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Приклад 17 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2010 р.).

У прямокутній системі координат зображено точку, що є вершиною параболи $y = x^2 + bx + c$ (див. рисунок). Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів b і c .



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b < 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c > 0 \end{cases}$

Розв'язання. Оскільки вітки параболи $y = x^2 + bx + c$ направлені вгору, то вона перетинає вісь Oy в точці $(0; c)$, яка розміщується вище осі Ox . Тому $c > 0$.

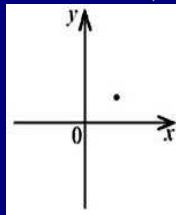
Оскільки для абсциси вершини заданої параболи справедливі співвідношення $x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2} > 0$, то $b < 0$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 17 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2010 р.).

У прямокутній системі координат зображено точку, що є вершиною параболи $y = x^2 + bx + c$ (див. рисунок). Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів b і c .



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b < 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c > 0 \end{cases}$

Розв'язання. Оскільки вітки параболи $y = x^2 + bx + c$ направлені вгору, то вона перетинає вісь Oy в точці $(0; c)$, яка розміщується вище осі Ox . Тому $c > 0$.

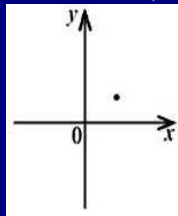
Оскільки для абсциси вершини заданої параболи справедливі співвідношення $x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2} > 0$, то $b < 0$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 17 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2010 р.).

У прямокутній системі координат зображено точку, що є вершиною параболи $y = x^2 + bx + c$ (див. рисунок). Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів b і c .



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b < 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c > 0 \end{cases}$

Розв'язання. Оскільки вітки параболи $y = x^2 + bx + c$ направлені вгору, то вона перетинає вісь Oy в точці $(0; c)$, яка розміщується вище осі Ox . Тому $c > 0$.

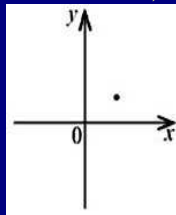
Оскільки для абсциси вершини заданої параболи справедливі співвідношення $x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2} > 0$, то $b < 0$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 17 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2010 р.).

У прямокутній системі координат зображено точку, що є вершиною параболи $y = x^2 + bx + c$ (див. рисунок). Укажіть правильне твердження щодо коефіцієнтів b і c .



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} b < 0, \\ c > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b < 0, \\ c < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} b > 0, \\ c > 0 \end{cases}$

Розв'язання. Оскільки вітки параболи $y = x^2 + bx + c$ направлені вгору, то вона перетинає вісь Oy в точці $(0; c)$, яка розміщується вище осі Ox . Тому $c > 0$.

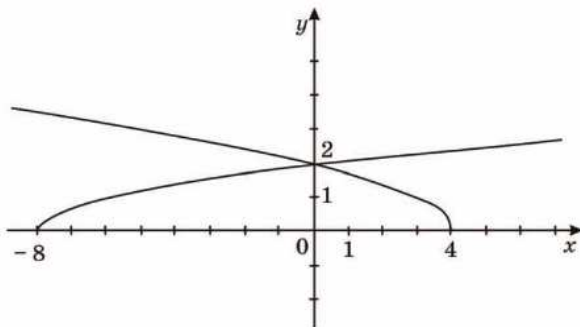
Оскільки для абсциси вершини заданої параболи справедливі співвідношення $x_{\text{верш}} = -\frac{b}{2} > 0$, то $b < 0$.

Відповідь: А.

Приклади із ЗНО

Приклад 18 (Зовнішнє незалежне оцінювання, 2008 р.).

На рисунку зображено графіки функцій $g(x) = \sqrt{4-x}$ і $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x+8}$. Укажіть проміжок, на якому виконується нерівність $f(x) \leq g(x)$.



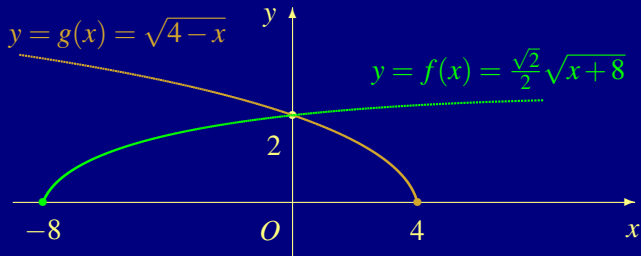
А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0]$	$[-8; +\infty)$	$[0; +\infty)$	$[0; 4]$	$[-8; 0]$

Приклади із ЗНО

Підпишемо на рисунку графіки заданих функцій.

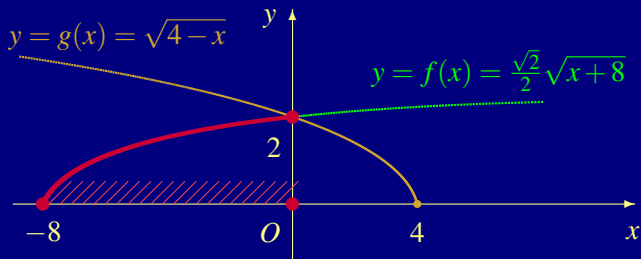
Функція $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x+8}$ визначена при $x+8 \geq 0 \iff x \geq -8$,

а функція $g(x) = \sqrt{4-x}$ визначена при $4-x \geq 0 \iff x \leq 4$.



Приклади із ЗНО

Для розв'язання нерівності $f(x) \leq g(x)$ відмітимо частину графіка функції $y = f(x)$, розміщену **нижче** відповідної частини графіка функції $y = g(x)$ (включаючи також спільну точку графіків) і спроектуємо її на вісь Ox , відтмічаючи штриховкою відповідний проміжок.

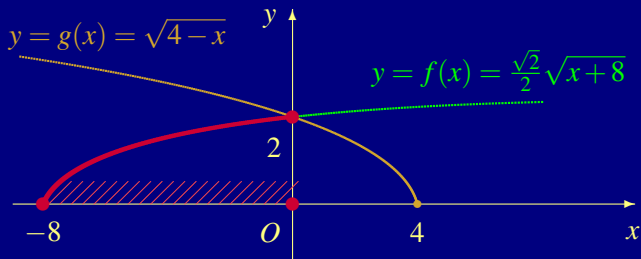


В результаті отримаємо $x \in [-8; 0]$.

Відповідь: Д.

Приклади із ЗНО

Для розв'язання нерівності $f(x) \leq g(x)$ відмітимо частину графіка функції $y = f(x)$, розміщену **нижче** відповідної частини графіка функції $y = g(x)$ (включаючи також спільну точку графіків) і спроектуємо її на вісь Ox , відтмічаючи штриховкою відповідний проміжок.



В результаті отримаємо $x \in [-8; 0]$.

Відповідь: Д.