Графічний метод розв'язання рівнянь і нерівностей

С.А. Плакса, В.В. Шпирко
Заочна фізико-математична школа

Урок 2 (частина перша)

Мій намір полягає не в тому, щоб навчати тут методу, якому кожний має слідувати, щоб правильно спрямовувати свій розум, а тільки в тому, щоб показати, яким чином спрямовував я свій власний розум.

Рене Декарт, "Міркування про метод"

Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

Кожна функція $y = f(x)$ має свій геометричний образ – графік.

- Це крива на координатній площині, що складається з точок (x, y), в яких перша координата x (абсциса) приймає значення з області визначення $D(f)$ функції $f(x)$, а друга координата y (ордината) залежить від першої за законом $y = f(x)$.

Коротко попереднє речення можна записати так: графік функції $y = f(x)$ – це множина $\{(x, y) : x \in D(f), y = f(x)\}$.

Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

Кожна функція $y = f(x)$ має свій геометричний образ – графік.

- Це крива на координатній площині, що складається з точок (x, y), в яких перша координата x (абсциса) приймає значення з області визначення $D(f)$ функції $f(x)$, а друга координата y (ордината) залежить від першої за законом $y = f(x)$.

Коротко попереднє речення можна записати так: графік функції $y = f(x)$ – це множина $\{(x, y) : x \in D(f), y = f(x)\}$.

Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

Кожна функція $y = f(x)$ має свій геометричний образ – графік.

- Це крива на координатній площині, що складається з точок (x, y), в яких перша координата x (абсциса) приймає значення з області визначення $D(f)$ функції $f(x)$, а друга координата y (ордината) залежить від першої за законом $y = f(x)$.

Коротко попереднє речення можна записати так: графік функції $y = f(x)$ – це множина $\{(x, y) : x \in D(f), y = f(x)\}$.

Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

Приклади: 1) графіком функції $y = 4 - x$ є пряма. Щоб її побудувати, знайдемо точки її перетину з осями координат.

З віссю Oy: при цьому $x = 0$ і $y = y(0) = 4$. Одержуємо точку $(0;4)$.

З віссю Ox: при цьому $y = 0$, тобто $4 - x = 0$, звідки $x = 4$. Одержуємо точку $(4;0)$.

Проведемо пряму через точки $(0;4), (4;0)$ і одержимо графік функції $y = 4 - x$:

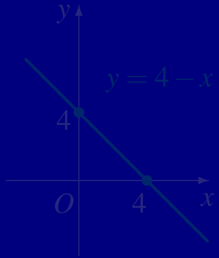
Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

Приклади: 1) графіком функції $y = 4 - x$ є пряма. Щоб її побудувати, знайдемо точки її перетину з осями координат.

З віссю Oy: при цьому $x = 0$ і $y = y(0) = 4$. Одержуємо точку $(0;4)$.

З віссю Ox: при цьому $y = 0$, тобто $4 - x = 0$, звідки $x = 4$. Одержуємо точку $(4;0)$.

Проведемо пряму через точки $(0;4),(4;0)$ і одержимо графік функції $y = 4 - x$:



Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

Приклади: 1) графіком функції $y = 4 - x$ є пряма.
Щоб її побудувати, знайдемо точки її перетину з осями координат.

З віссю Oy: при цьому $x = 0$ і $y = y(0) = 4$. Одержуємо точку $(0;4)$.

З віссю Ox: при цьому $y = 0$, тобто $4 - x = 0$, звідки $x = 4$. Одержуємо точку $(4;0)$.

Проведемо пряму через точки $(0;4),(4;0)$ і одержимо графік функції $y = 4 - x$:

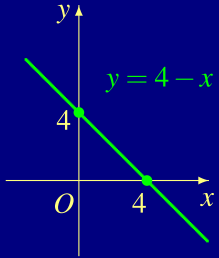
Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

П р и к л а д и: 1) графіком функції $y = 4 - x$ є пряма. Щоб її побудувати, знайдемо точки її перетину з осями координат.

З віссю Oy: при цьому $x = 0$ і $y = y(0) = 4$. Одержуємо точку $(0;4)$.

З віссю Ox: при цьому $y = 0$, тобто $4 - x = 0$, звідки $x = 4$. Одержуємо точку $(4;0)$.

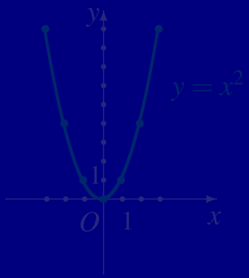
Проведемо пряму через точки $(0;4),(4;0)$ і одержимо графік функції $y = 4 - x$:



Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

2) Графіком функції $y = x^2$ є парабола.

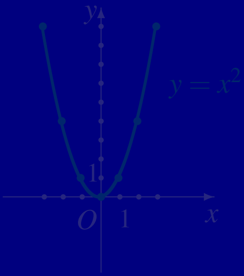
Оскільки $y(0) = 0$, $y(1) = 1$, $y(2) = 2^2 = 4$, $y(3) = 3^2 = 9$, $y(-1) = (-1)^2 = 1$, $y(-2) = (-2)^2 = 4$, $y(-3) = (-3)^2 = 9$, то точки $(0;0), (1;1), (2;4), (3;9), (-1;1), (-2;4), (-3;9)$ належать графіку функції $y = x^2$. З'єднуючи ці точки плавною лінією, одержимо ескіз графіка:



Одержана крива може відрізнятися від "справжнього" графіка функції $y = x^2$, проте при розв'язанні багатьох задач достатньо зобразити ескіз графіка функції, відобразивши на ньому лише монотонність та опуклість функції.

Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

2) Графіком функції $y = x^2$ є парабола.
Оскільки $y(0) = 0$, $y(1) = 1$, $y(2) = 2^2 = 4$, $y(3) = 3^2 = 9$, $y(-1) = (-1)^2 = 1$, $y(-2) = (-2)^2 = 4$, $y(-3) = (-3)^2 = 9$, то точки $(0;0), (1;1), (2;4), (3;9), (-1;1), (-2;4), (-3;9)$ належать графіку функції $y = x^2$. З'єднуючи ці точки плавною лінією, одержимо ескіз графіка:

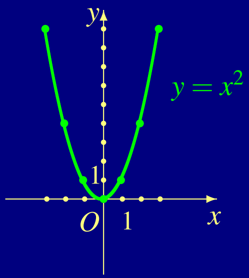


Одержана крива може відрізнятися від "справжнього" графіка функції $y = x^2$, проте при розв'язанні багатьох задач достатньо зобразити ескіз графіка функції, відобразивши на ньому лише монотонність та опуклість функції.

Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

2) Графіком функції $y = x^2$ є парабола.

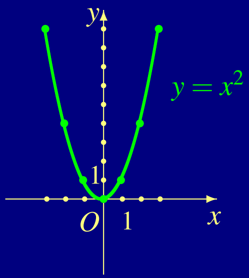
Оскільки $y(0) = 0$, $y(1) = 1$, $y(2) = 2^2 = 4$, $y(3) = 3^2 = 9$, $y(-1) = (-1)^2 = 1$, $y(-2) = (-2)^2 = 4$, $y(-3) = (-3)^2 = 9$, то точки $(0;0), (1;1), (2;4), (3;9), (-1;1), (-2;4), (-3;9)$ належать графіку функції $y = x^2$. З'єднуючи ці точки плавною лінією, одержимо ескіз графіка:



Одержана крива може відрізнятися від "справжнього" графіка функції $y = x^2$, проте при розв'язанні багатьох задач достатньо зобразити ескіз графіка функції, відобразивши на ньому лише монотонність та опуклість функції.

Графік (геометричний образ) функції $y = f(x)$

2) Графіком функції $y = x^2$ є парабола.
Оскільки $y(0) = 0$, $y(1) = 1$, $y(2) = 2^2 = 4$, $y(3) = 3^2 = 9$, $y(-1) = (-1)^2 = 1$, $y(-2) = (-2)^2 = 4$, $y(-3) = (-3)^2 = 9$, то точки $(0;0), (1;1), (2;4), (3;9), (-1;1), (-2;4), (-3;9)$ належать графіку функції $y = x^2$. З'єднуючи ці точки плавною лінією, одержимо ескіз графіка:



Одержана крива може відрізнятися від "справжнього" графіка функції $y = x^2$, проте при розв'язанні багатьох задач достатньо зобразити ескіз графіка функції, відобразивши на ньому лише монотонність та опуклість функції.

Монотонні функції

Серед властивостей монотонності функцій виділимо властивості зростання і спадання функцій.

- Кажуть, що функція $f(x)$ зростає на деякому проміжку, якщо для всіх x_1 і x_2 з цього проміжку таких, що $x_2 > x_1$, виконується нерівність $f(x_2) > f(x_1)$.
- Функція $f(x)$ спадає на деякому проміжку, якщо для всіх x_1 і x_2 з цього проміжку таких, що $x_2 > x_1$, виконується нерівність $f(x_2) < f(x_1)$.

Іншими словами, зростаюча функція приймає більші значення при більших значеннях змінної x, а спадна функція при більших значеннях змінної x приймає менші значення.

Монотонні функції

Серед властивостей монотонності функцій виділимо властивості зростання і спадання функцій.

- Кажуть, що функція $f(x)$ зростає на деякому проміжку, якщо для всіх x_1 і x_2 з цього проміжку таких, що $x_2 > x_1$, виконується нерівність $f(x_2) > f(x_1)$.
- Функція $f(x)$ спадає на деякому проміжку, якщо для всіх x_1 і x_2 з цього проміжку таких, що $x_2 > x_1$, виконується нерівність $f(x_2) < f(x_1)$.

Іншими словами, зростаюча функція приймає більші значення при більших значеннях змінної x, а спадна функція при більших значеннях змінної x приймає менші значення.

Монотонні функції

Серед властивостей монотонності функцій виділимо властивості зростання і спадання функцій.

- Кажуть, що функція $f(x)$ зростає на деякому проміжку, якщо для всіх x_1 і x_2 з цього проміжку таких, що $x_2 > x_1$, виконується нерівність $f(x_2) > f(x_1)$.
- Функція $f(x)$ спадає на деякому проміжку, якщо для всіх x_1 і x_2 з цього проміжку таких, що $x_2 > x_1$, виконується нерівність $f(x_2) < f(x_1)$.

Іншими словами, зростаюча функція приймає більші значення при більших значеннях змінної x, а спадна функція при більших значеннях змінної x приймає менші значення.

Монотонні функції

Серед властивостей монотонності функцій виділимо властивості зростання і спадання функцій.

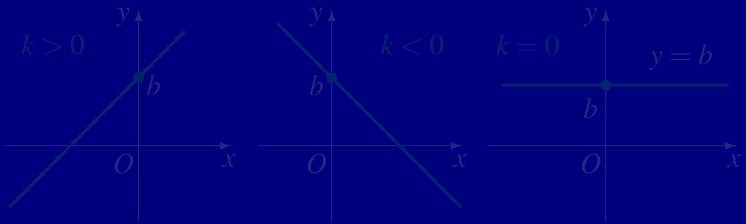
- Кажуть, що функція $f(x)$ зростає на деякому проміжку, якщо для всіх x_1 і x_2 з цього проміжку таких, що $x_2 > x_1$, виконується нерівність $f(x_2) > f(x_1)$.
- Функція $f(x)$ спадає на деякому проміжку, якщо для всіх x_1 і x_2 з цього проміжку таких, що $x_2 > x_1$, виконується нерівність $f(x_2) < f(x_1)$.

Іншими словами, зростаюча функція приймає більші значення при більших значеннях змінної x, а спадна функція при більших значеннях змінної x приймає менші значення.

Графік лінійної функції

Найбільш простим прикладом монотонної функції є лінійна функція $y = kx + b$. Її графіком є пряма, яка проходить через точку $(0, b)$:

$$y = kx + b$$

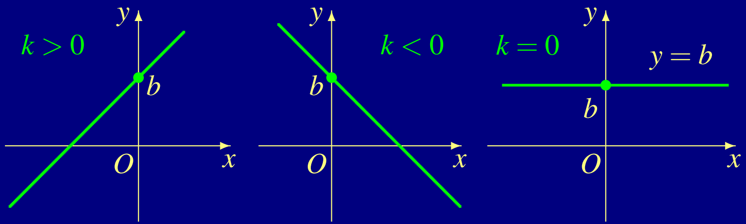


- При $k > 0$ функція зростає на всій числовій прямій.
- При $k < 0$ функція спадає скрізь на множині $\mathbf{R}$.
- При $k = 0$ лінійна функція приймає постійне значення $y = b$ в усіх точках, тобто вона не є ні зростаючою, ні спадною функцією.

Графік лінійної функції

Найбільш простим прикладом монотонної функції є лінійна функція $y = kx + b$. Її графіком є пряма, яка проходить через точку $(0, b)$:

$$y = kx + b$$

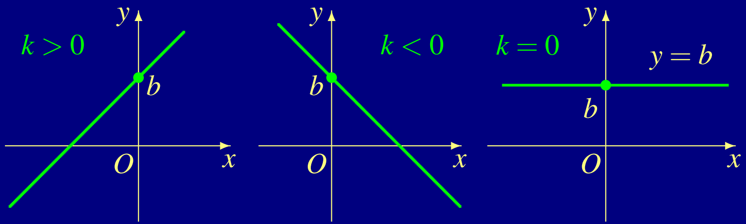


- При $k > 0$ функція зростає на всій числовій прямій.
- При $k < 0$ функція спадає скрізь на множині **R**.
- При $k = 0$ лінійна функція приймає постійне значення $y = b$ в усіх точках, тобто вона не є ні зростаючою, ні спадною функцією.

Графік лінійної функції

Найбільш простим прикладом монотонної функції є лінійна функція $y = kx + b$. Її графіком є пряма, яка проходить через точку $(0, b)$:

$$y = kx + b$$

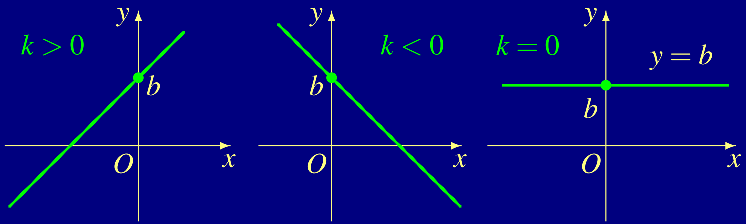


- При $k > 0$ функція зростає на всій числовій прямій.
- При $k < 0$ функція спадає скрізь на множині $\mathbf{R}$.
- При $k = 0$ лінійна функція приймає постійне значення $y = b$ в усіх точках, тобто вона не є ні зростаючою, ні спадною функцією.

Графік лінійної функції

Найбільш простим прикладом монотонної функції є лінійна функція $y = kx + b$. Її графіком є пряма, яка проходить через точку $(0, b)$:

$$y = kx + b$$

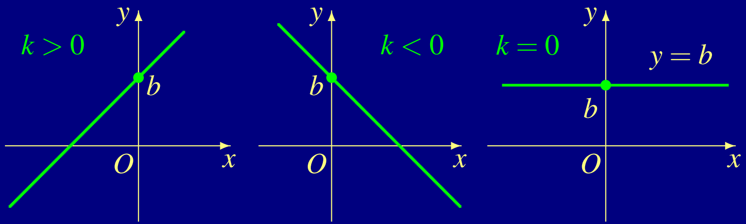


- При $k > 0$ функція зростає на всій числовій прямій.
- При $k < 0$ функція спадає скрізь на множині $\mathbf{R}$.
- При $k = 0$ лінійна функція приймає постійне значення $y = b$ в усіх точках, тобто вона не є ні зростаючою, ні спадною функцією.

Графік лінійної функції

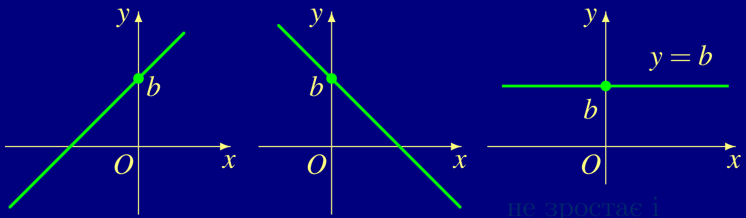
Найбільш простим прикладом монотонної функції є лінійна функція $y = kx + b$. Її графіком є пряма, яка проходить через точку $(0, b)$:

$$y = kx + b$$



- При $k > 0$ функція зростає на всій числовій прямій.
- При $k < 0$ функція спадає скрізь на множині $\mathbf{R}$.
- При $k = 0$ лінійна функція приймає постійне значення $y = b$ в усіх точках, тобто вона не є ні зростаючою, ні спадною функцією.

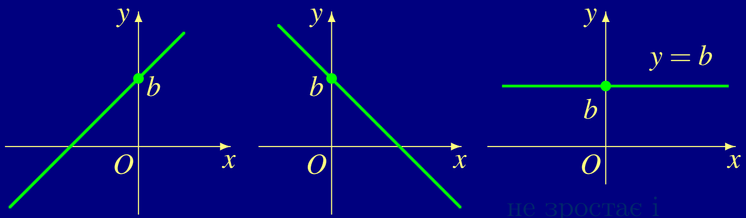
Монотонні функції



зростає спадає не зростає і не спадає

- Характерною особливістю графіка зростаючої функції є те, що при русі точки вздовж графіка в сторону зростання значень x (тобто зліва направо) графік "піднімається вгору".
- Якщо ж точка рухається в сторону зростання значень x вздовж графіка спадної функції, то графік "опускається донизу".
- А ось графіком сталої функції $y = b$ є пряма, паралельна осі Ox.

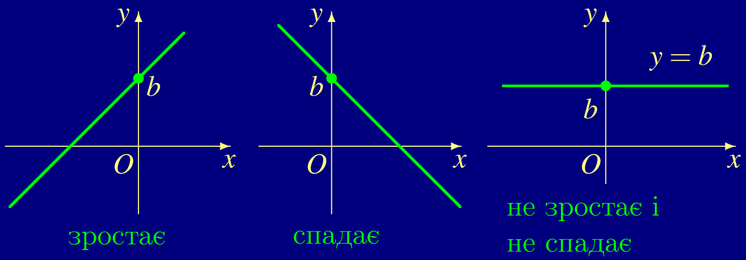
Монотонні функції



зростає спадає не зростає і не спадає

- Характерною особливістю графіка зростаючої функції є те, що при русі точки вздовж графіка в сторону зростання значень x (тобто зліва направо) графік "піднімається вгору".
- Якщо ж точка рухається в сторону зростання значень x вздовж графіка спадної функції, то графік "опускається донизу".
- А ось графіком сталої функції $y = b$ є пряма, паралельна осі Ox.

Монотонні функції



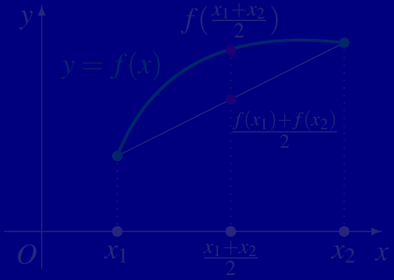
- Характерною особливістю графіка зростаючої функції є те, що при русі точки вздовж графіка в сторону зростання значень x (тобто зліва направо) графік "піднімається вгору".
- Якщо ж точка рухається в сторону зростання значень x вздовж графіка спадної функції, то графік "опускається донизу".
- А ось графіком сталої функції $y = b$ є пряма, паралельна осі Ox.

Опуклі функції

Розглянемо властивості опуклості функцій.

- Функція $y = f(x)$ називається опуклою догори (або просто опуклою) на деякому проміжку, якщо для довільних x_1 і x_2 з цього проміжку виконується нерівність

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) > \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}.$$

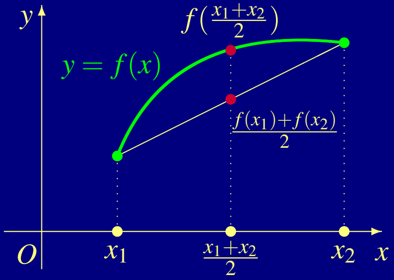


Опуклі функції

Розглянемо властивості опуклості функцій.

- Функція $y = f(x)$ називається опуклою догори (або просто опуклою) на деякому проміжку, якщо для довільних x_1 і x_2 з цього проміжку виконується нерівність

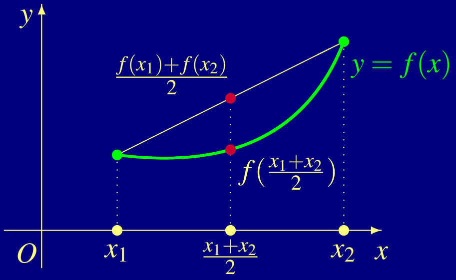
$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) > \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$$



Опуклі функції

- Функція $y = f(x)$ називається опуклою донизу (іншими словами, вгнутою) на деякому проміжку, якщо для довільних x_1 і x_2 з цього проміжку виконується нерівність

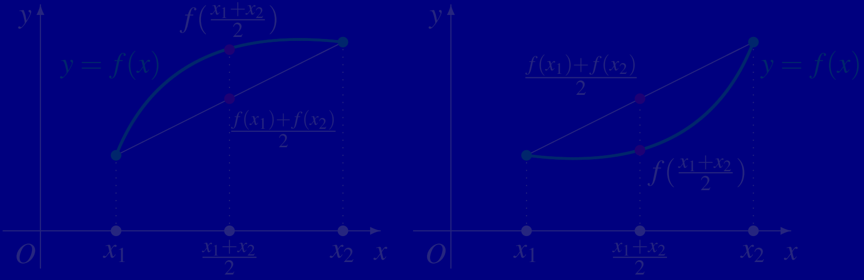
$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$$



Опуклі функції

Графіки опуклих функцій мають властивості:

- середина кожної хорди графіка функції, опуклої догори, лежить нижче відповідної точки дуги графіка,
- а середина кожної хорди графіка функції, опуклої донизу, лежить вище відповідної точки дуги.

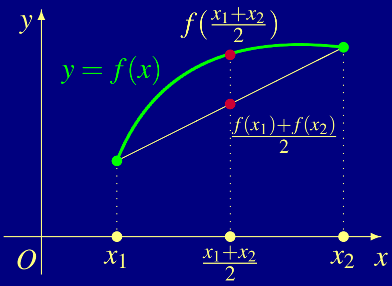


опукла догори опукла донизу

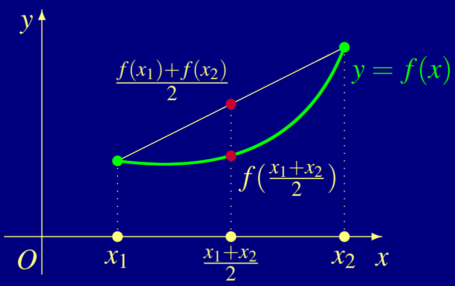
Опуклі функції

Графіки опуклих функцій мають властивості:

- середина кожної хорди графіка функції, опуклої догори, лежить нижче відповідної точки дуги графіка,
- а середина кожної хорди графіка функції, опуклої донизу, лежить вище відповідної точки дуги.



опукла догори



опукла донизу

Парні і непарні функції

Функція $y = f(x)$ називається:

- парною, якщо $f(-x) = f(x)$ для всіх $x \in D(f)$;
- непарною, якщо $f(-x) = -f(x)$ для всіх $x \in D(f)$.

Наприклад,
функції $y = x^2, y = x^4, y = \frac{1}{x^2}, y = \cos x$ є парними,
а функції $y = x^3, y = x^5, y = \frac{1}{x}, y = \sin x$ – непарними.
Функція $y = x^2 + x$ не є ні парною, ні непарною,
оскільки $y(1) = 1^2 + 1 = 2$, а $y(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$.

Парні і непарні функції

Функція $y = f(x)$ називається:

- парною, якщо $f(-x) = f(x)$ для всіх $x \in D(f)$;
- непарною, якщо $f(-x) = -f(x)$ для всіх $x \in D(f)$.

Наприклад,
функції $y = x^2, y = x^4, y = \frac{1}{x^2}, y = \cos x$ є парними,
а функції $y = x^3, y = x^5, y = \frac{1}{x}, y = \sin x$ – непарними.
Функція $y = x^2 + x$ не є ні парною, ні непарною,
оскільки $y(1) = 1^2 + 1 = 2$, а $y(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$.

Парні і непарні функції

Функція $y = f(x)$ називається:

- парною, якщо $f(-x) = f(x)$ для всіх $x \in D(f)$;
- непарною, якщо $f(-x) = -f(x)$ для всіх $x \in D(f)$.

Наприклад,
функції $y = x^2, y = x^4, y = \frac{1}{x^2}, y = \cos x$ є парними,
а функції $y = x^3, y = x^5, y = \frac{1}{x}, y = \sin x$ – непарними.
Функція $y = x^2 + x$ не є ні парною, ні непарною,
оскільки $y(1) = 1^2 + 1 = 2$, а $y(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$.

Парні і непарні функції

Функція $y = f(x)$ називається:

- парною, якщо $f(-x) = f(x)$ для всіх $x \in D(f)$;
- непарною, якщо $f(-x) = -f(x)$ для всіх $x \in D(f)$.

Наприклад,
функції $y = x^2, y = x^4, y = \frac{1}{x^2}, y = \cos x$ є парними,
а функції $y = x^3, y = x^5, y = \frac{1}{x}, y = \sin x$ – непарними.
Функція $y = x^2 + x$ не є ні парною, ні непарною,
оскільки $y(1) = 1^2 + 1 = 2$, а $y(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$.

Парні і непарні функції

Функція $y = f(x)$ називається:

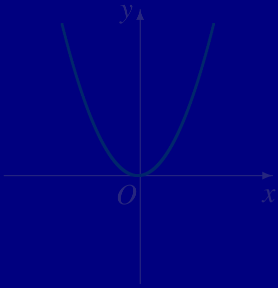
- парною, якщо $f(-x) = f(x)$ для всіх $x \in D(f)$;
- непарною, якщо $f(-x) = -f(x)$ для всіх $x \in D(f)$.

Наприклад,
функції $y = x^2, y = x^4, y = \frac{1}{x^2}, y = \cos x$ є парними,
а функції $y = x^3, y = x^5, y = \frac{1}{x}, y = \sin x$ – непарними.
Функція $y = x^2 + x$ не є ні парною, ні непарною,
оскільки $y(1) = 1^2 + 1 = 2$, а $y(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$.

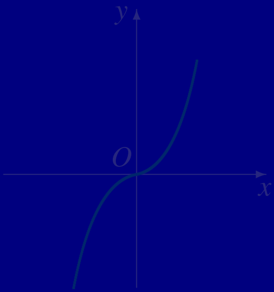
Парні і непарні функції

Графіки парних і непарних функцій мають наступні властивості:

- графіки парних функцій симетричні відносно осі Oy;
- графіки непарних функцій симетричні відносно початку координат.



парна

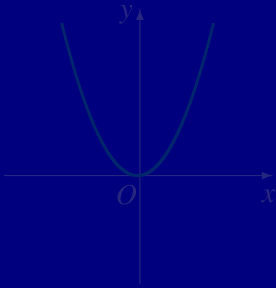


непарна

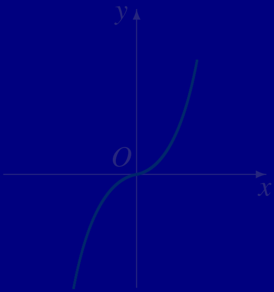
Парні і непарні функції

Графіки парних і непарних функцій мають наступні властивості:

- графіки парних функцій симетричні відносно осі Oy;
- графіки непарних функцій симетричні відносно початку координат.



парна

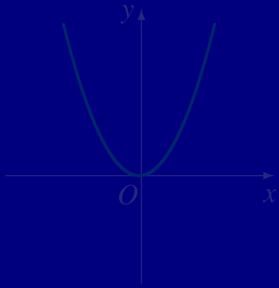


непарна

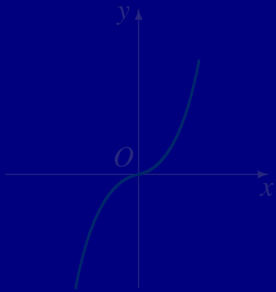
Парні і непарні функції

Графіки парних і непарних функцій мають наступні властивості:

- графіки парних функцій симетричні відносно осі Oy;
- графіки непарних функцій симетричні відносно початку координат.



парна

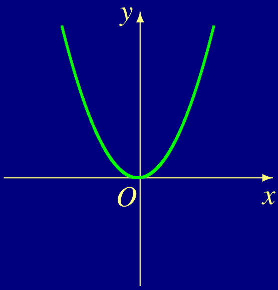


непарна

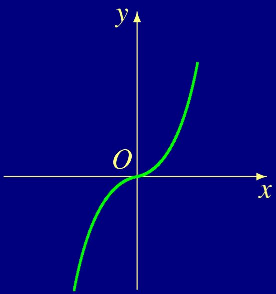
Парні і непарні функції

Графіки парних і непарних функцій мають наступні властивості:

- графіки парних функцій симетричні відносно осі Oy;
- графіки непарних функцій симетричні відносно початку координат.



парна

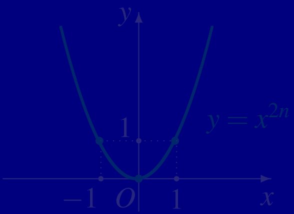


непарна

Парні і непарні функції

Наведемо графіки степеневих функцій:

1) $y = x^{2n}, n \in \mathbf{N}$ (наприклад, $y = x^2, y = x^4, y = x^6, \dots$).

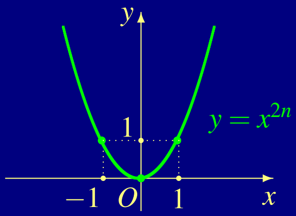


Область визначення $D(y) = \mathbf{R}$. Функція парна, опукла донизу, спадає на проміжку $(-\infty, 0]$ і зростає на $[0, \infty)$. Графік проходить через точки $(0;0), (1;1), (-1;1)$.

Парні і непарні функції

Наведемо графіки степеневих функцій:

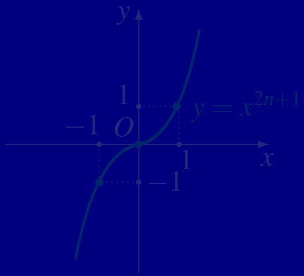
1) $y = x^{2n}, n \in \mathbf{N}$ (наприклад, $y = x^2, y = x^4, y = x^6, \ldots$).



Область визначення $D(y) = \mathbf{R}$. Функція парна, опукла донизу, спадає на проміжку $(-\infty, 0]$ і зростає на $[0, \infty)$. Графік проходить через точки $(0;0), (1;1), (-1;1)$.

Парні і непарні функції

2) $y = x^{2n+1}, n \in \mathbf{N}$ (наприклад, $y = x^3, y = x^5, \ldots$).



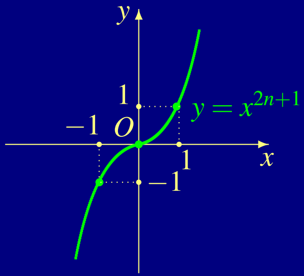
Область визначення $D(y) = \mathbf{R}$. Функція непарна, зростає на всій числовій прямій $(-\infty, \infty)$. Графік проходить через точки $(0;0), (1;1), (-1;-1)$. На проміжку $(-\infty, 0]$ функція опукла догори, а на проміжку $[0, \infty)$ вона опукла донизу (вгнута).

В точці $(0;0)$ графік, перетинаючи вісь Ox, при цьому дотикається (!) до цієї осі, а ділянка опуклості графіка змінюється ділянкою вгнутості.

Таку точку, в якій відбувається зміна напрямку опуклості графіка за умови існування дотичної в цій точці, називають точкою перегину графіка функції.

Парні і непарні функції

2) $y = x^{2n+1}, n \in \mathbf{N}$ (наприклад, $y = x^3, y = x^5, \dots$).



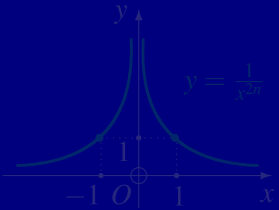
Область визначення $D(y) = \mathbf{R}$. Функція непарна, зростає на всій числовій прямій $(-\infty, \infty)$. Графік проходить через точки $(0;0), (1;1), (-1;-1)$. На проміжку $(-\infty, 0]$ функція опукла догори, а на проміжку $[0, \infty)$ вона опукла донизу (вгнута).

В точці $(0;0)$ графік, перетинаючи вісь Ox, при цьому дотикається (!) до цієї осі, а ділянка опуклості графіка змінюється ділянкою вгнутості.

Таку точку, в якій відбувається зміна напрямку опуклості графіка за умови існування дотичної в цій точці, називають точкою перегину графіка функції.

Парні і непарні функції

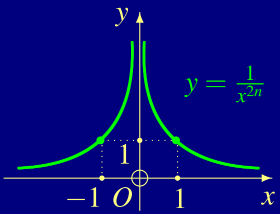
3) $y = \frac{1}{x^{2n}}, n \in \mathbf{N}$ (наприклад, $y = \frac{1}{x^2}, y = \frac{1}{x^4}, \ldots$).



$D(y) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. Функція парна, зростає на $(-\infty, 0)$ і спадає на $(0, \infty)$, опукла донизу на кожному з проміжків $(-\infty, 0)$ і $(0, \infty)$. Графік проходить через точки $(1;1), (-1;1)$.

Парні і непарні функції

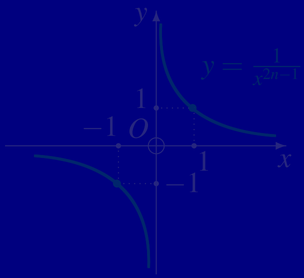
3) $y = \frac{1}{x^{2n}}, n \in \mathbf{N}$ (наприклад, $y = \frac{1}{x^2}, y = \frac{1}{x^4}, \ldots$).



$D(y) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. Функція парна, зростає на $(-\infty, 0)$ і спадає на $(0, \infty)$, опукла донизу на кожному з проміжків $(-\infty, 0)$ і $(0, \infty)$. Графік проходить через точки $(1;1), (-1;1)$.

Парні і непарні функції

4) $y = \frac{1}{x^{2n-1}}, n \in \mathbf{N}$ (наприклад, $y = \frac{1}{x}, y = \frac{1}{x^3}, \ldots$).

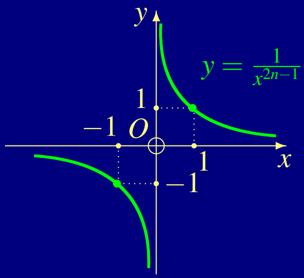


$D(y) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. Функція непарна, спадає на кожному з проміжків $(-\infty, 0)$ і $(0, \infty)$, але не є (!) спадною на множині $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.
Дійсно, при $x_1 = -1$ і $x_2 = 1$ виконуються рівності $y(-1) = -1$ і $y(1) = 1$, а отже, і нерівність $y(-1) < y(1)$.

Графік проходить через точки $(1;1), (-1;-1)$.
На проміжку $(-\infty, 0)$ функція опукла догори, а на проміжку $(0, \infty)$ вона опукла донизу.

Парні і непарні функції

4) $y = \frac{1}{x^{2n-1}}, n \in \mathbf{N}$ (наприклад, $y = \frac{1}{x}, y = \frac{1}{x^3}, \dots$).



$D(y) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. Функція непарна, спадає на кожному з проміжків $(-\infty, 0)$ і $(0, \infty)$, але не є (!) спадною на множині $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$.

Дійсно, при $x_1 = -1$ і $x_2 = 1$ виконуються рівності $y(-1) = -1$ і $y(1) = 1$, а отже, і нерівність $y(-1) < y(1)$.

Графік проходить через точки $(1;1), (-1;-1)$.

На проміжку $(-\infty, 0)$ функція опукла догори, а на проміжку $(0, \infty)$ вона опукла донизу.