Техніка розв'язання рівнянь і нерівностей з параметром, I

С.А. Плакса, В.В. Шпирко
Заочна фізико-математична школа

Урок 10 (частина третя)

Мій намір полягає не в тому, щоб навчати тут методу, якому кожний має слідувати, щоб правильно спрямовувати свій розум, а тільки в тому, щоб показати, яким чином спрямовував я свій власний розум.

Рене Декарт, "Міркування про метод"

Приклади

Розглянемо приклади.

П р и к л а д 1. Розв'язати рівняння з параметром a:
$x^2 - 5 = \frac{4}{a-4} - \frac{9}{a+1}$.

Р о з в' я з а н н я. Перепишемо рівняння у вигляді

$$x^2 = \frac{4}{a-4} - \frac{9}{a+1} + 5. \qquad (1)$$

Рівняння $x^2 = b$ має корені $x = \pm\sqrt{b}$ лише при $b \geq 0$.
Тому рівняння (1) має розв'язки тільки тоді, коли

$$\frac{4}{a-4} - \frac{9}{a+1} + 5 \geq 0.$$

Приклади

Розглянемо приклади.

Приклад 1. Розв'язати рівняння з параметром a:
$x^2 - 5 = \dfrac{4}{a-4} - \dfrac{9}{a+1}$.

Розв'язання. Перепишемо рівняння у вигляді

$$x^2 = \frac{4}{a-4} - \frac{9}{a+1} + 5. \qquad (1)$$

Рівняння $x^2 = b$ має корені $x = \pm\sqrt{b}$ лише при $b \geq 0$.
Тому рівняння (1) має розв'язки тільки тоді, коли

$$\frac{4}{a-4} - \frac{9}{a+1} + 5 \geq 0.$$

Приклади

Розглянемо приклади.

Приклад 1. Розв'язати рівняння з параметром a:
$x^2-5=\dfrac{4}{a-4}-\dfrac{9}{a+1}$.

Розв'язання. Перепишемо рівняння у вигляді

$$x^2=\frac{4}{a-4}-\frac{9}{a+1}+5. \tag{1}$$

Рівняння $x^2=b$ має корені $x=\pm\sqrt{b}$ лише при $b\geq 0$.
Тому рівняння (1) має розв'язки тільки тоді, коли

$$\frac{4}{a-4}-\frac{9}{a+1}+5\geq 0.$$

Приклади

Розглянемо приклади.

П р и к л а д 1. Розв'язати рівняння з параметром a:
$x^2-5=\dfrac{4}{a-4}-\dfrac{9}{a+1}$.

Р о з в' я з а н н я. Перепишемо рівняння у вигляді

$$x^2=\frac{4}{a-4}-\frac{9}{a+1}+5. \qquad (1)$$

Рівняння $x^2=b$ має корені $x=\pm\sqrt{b}$ лише при $b\geq 0$.
Тому рівняння (1) має розв'язки тільки тоді, коли

$$\frac{4}{a-4}-\frac{9}{a+1}+5\geq 0.$$

Приклади

Розв'язуючи нерівність $\frac{4}{a-4}-\frac{9}{a+1}+5\geq 0$, отримуємо

$$\frac{4(a+1)-9(a-4)+5(a-4)(a+1)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \iff$$

$$\iff \frac{4a+4-9a+36+5(a^2+a-4a-4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \iff$$

$$\iff \frac{40-5a+5(a^2-3a-4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \iff \frac{40-5a+5a^2-15a-20}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \iff$$

$$\iff \frac{5a^2-20a+20}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \iff \frac{5(a^2-4a+4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \iff$$

$$\iff \frac{a^2-4a+4}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \iff \frac{(a-2)^2}{(a+1)(a-4)}\geq 0.$$

Приклади

Розв'язуючи нерівність $\frac{4}{a-4}-\frac{9}{a+1}+5\geq 0$, отримуємо

$$\frac{4(a+1)-9(a-4)+5(a-4)(a+1)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{4a+4-9a+36+5(a^2+a-4a-4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{40-5a+5(a^2-3a-4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{40-5a+5a^2-15a-20}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{5a^2-20a+20}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{5(a^2-4a+4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{a^2-4a+4}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{(a-2)^2}{(a+1)(a-4)}\geq 0.$$

Приклади

Розв'язуючи нерівність $\frac{4}{a-4}-\frac{9}{a+1}+5\geq 0$, отримуємо

$$\frac{4(a+1)-9(a-4)+5(a-4)(a+1)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{4a+4-9a+36+5(a^2+a-4a-4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{40-5a+5(a^2-3a-4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{40-5a+5a^2-15a-20}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{5a^2-20a+20}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{5(a^2-4a+4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{a^2-4a+4}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{(a-2)^2}{(a+1)(a-4)}\geq 0.$$

Приклади

Розв'язуючи нерівність $\frac{4}{a-4}-\frac{9}{a+1}+5\geq 0$, отримуємо

$$\frac{4(a+1)-9(a-4)+5(a-4)(a+1)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{4a+4-9a+36+5(a^2+a-4a-4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{40-5a+5(a^2-3a-4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{40-5a+5a^2-15a-20}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{5a^2-20a+20}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{5(a^2-4a+4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{a^2-4a+4}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{(a-2)^2}{(a+1)(a-4)}\geq 0.$$

Приклади

Розв'язуючи нерівність $\frac{4}{a-4}-\frac{9}{a+1}+5\geq 0$, отримуємо

$$\frac{4(a+1)-9(a-4)+5(a-4)(a+1)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{4a+4-9a+36+5(a^2+a-4a-4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{40-5a+5(a^2-3a-4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{40-5a+5a^2-15a-20}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

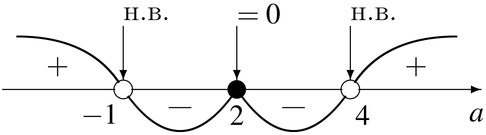
$$\Longleftrightarrow \frac{5a^2-20a+20}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{5(a^2-4a+4)}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{a^2-4a+4}{(a+1)(a-4)}\geq 0 \Longleftrightarrow \frac{(a-2)^2}{(a+1)(a-4)}\geq 0.$$

Приклади

Будуємо криву знаків функції

$$y = \frac{(a-2)^2}{(a+1)(a-4)}$$



$(a-2)^2$	$+$	$+$	$+$	$+$
$a+1$	$-$	$+$	$+$	$+$
$a-4$	$-$	$-$	$-$	$+$

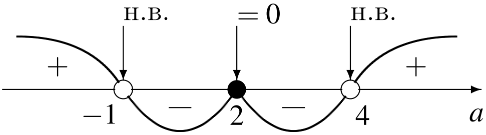
і розв'язуємо нерівність методом інтервалів:

$$\frac{(a-2)^2}{(a+1)(a-4)} \geq 0 \iff a \in (-\infty,-1) \cup \{2\} \cup (4,\infty).$$

Приклади

Будуємо криву знаків функції

$$y = \frac{(a-2)^2}{(a+1)(a-4)}$$



$(a-2)^2$	$+$	$+$	$+$	$+$
$a+1$	$-$	$+$	$+$	$+$
$a-4$	$-$	$-$	$-$	$+$

і розв'язуємо нерівність методом інтервалів:

$$\frac{(a-2)^2}{(a+1)(a-4)} \geq 0 \Longleftrightarrow a \in (-\infty,-1) \cup \{2\} \cup (4,\infty)\,.$$

Приклади

Отже, рівняння $x^2 = \dfrac{4}{a-4} - \dfrac{9}{a+1} + 5$

має розв'язки тільки при $a \in (-\infty,-1) \cup \{2\} \cup (4,\infty)$. В цьому випадку коренями рівняння є $x = \pm\sqrt{\dfrac{4}{a-4} - \dfrac{9}{a+1} + 5}$.

Результат зобразимо на діаграмі:

Відповідь: 1) при $a \in [-1;2) \cup (2;4]$ $x \in \varnothing$;

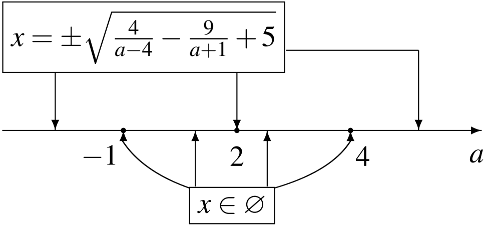
2) при $a \in (-\infty,-1) \cup \{2\} \cup (4,\infty)$ $x = \pm\sqrt{\dfrac{4}{a-4} - \dfrac{9}{a+1} + 5}$.

Приклади

Отже, рівняння $x^2 = \dfrac{4}{a-4} - \dfrac{9}{a+1} + 5$

має розв'язки тільки при $a \in (-\infty, -1) \cup \{2\} \cup (4, \infty)$. В цьому випадку коренями рівняння є $x = \pm\sqrt{\dfrac{4}{a-4} - \dfrac{9}{a+1} + 5}$.

Результат зобразимо на діаграмі:



Відповідь: 1) при $a \in [-1;2) \cup (2;4]$ $x \in \varnothing$;

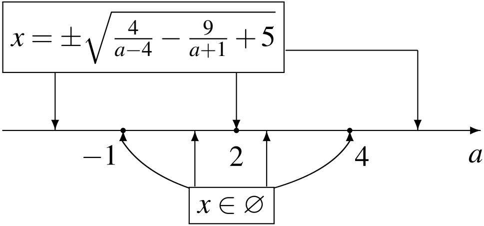
2) при $a \in (-\infty, -1) \cup \{2\} \cup (4, \infty)$ $x = \pm\sqrt{\dfrac{4}{a-4} - \dfrac{9}{a+1} + 5}$.

Приклади

Отже, рівняння $x^2 = \frac{4}{a-4} - \frac{9}{a+1} + 5$

має розв'язки тільки при $a \in (-\infty, -1) \cup \{2\} \cup (4, \infty)$. В цьому випадку коренями рівняння є $x = \pm\sqrt{\frac{4}{a-4} - \frac{9}{a+1} + 5}$.

Результат зобразимо на діаграмі:



Відповідь: 1) при $a \in [-1; 2) \cup (2; 4]$ $x \in \varnothing$;

2) при $a \in (-\infty, -1) \cup \{2\} \cup (4, \infty)$ $x = \pm\sqrt{\frac{4}{a-4} - \frac{9}{a+1} + 5}$.

Приклади

Приклад 2. При яких значеннях параметра a рівняння

$$|x| = |a-3| + |a-5| - 2a + 6 \qquad (2)$$

має розв'язки?

Розв'язання. Оскільки рівняння $|x| = b$ має розв'язки лише при $b \geq 0$, то рівняння (2) має розв'язки тільки тоді, коли

$$|a-3| + |a-5| - 2a + 6 \geq 0.$$

Розв'яжемо цю нерівність методом інтервалів.

	$a<3$	$3<a<5$	$a>5$
$a-3$	$-$	$+$	$+$
$a-5$	$-$	$-$	$+$

Приклади

П р и к л а д 2. При яких значеннях параметра a рівняння

$$|x| = |a-3| + |a-5| - 2a + 6 \qquad (2)$$

має розв'язки?

Р о з в' я з а н н я. Оскільки рівняння $|x| = b$ має розв'язки лише при $b \geq 0$, то рівняння (2) має розв'язки тільки тоді, коли

$$|a-3| + |a-5| - 2a + 6 \geq 0.$$

Розв'яжемо цю нерівність методом інтервалів.

a		3		5	
$a-3$	$-$		$+$		$+$
$a-5$	$-$		$-$		$+$

Приклади

П р и к л а д 2. При яких значеннях параметра a рівняння

$$|x| = |a-3| + |a-5| - 2a + 6 \qquad (2)$$

має розв'язки?

Р о з в' я з а н н я. Оскільки рівняння $|x| = b$ має розв'язки лише при $b \geq 0$, то рівняння (2) має розв'язки тільки тоді, коли

$$|a-3| + |a-5| - 2a + 6 \geq 0.$$

Розв'яжемо цю нерівність методом інтервалів.

$a-3$	$-$	$+$	$+$
$a-5$	$-$	$-$	$+$

Приклади

Приклад 2. При яких значеннях параметра a рівняння

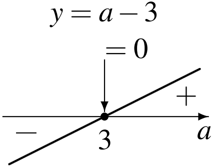
$$|x| = |a-3| + |a-5| - 2a + 6 \qquad (2)$$

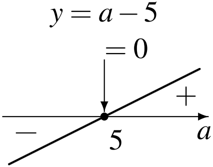
має розв'язки?

Розв'язання. Оскільки рівняння $|x| = b$ має розв'язки лише при $b \geq 0$, то рівняння (2) має розв'язки тільки тоді, коли

$$|a-3| + |a-5| - 2a + 6 \geq 0.$$

Розв'яжемо цю нерівність методом інтервалів.





$a-3$	$-$	$+$	$+$
$a-5$	$-$	$-$	$+$

Приклади

Приклад 2. При яких значеннях параметра a рівняння

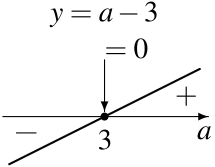
$$|x| = |a-3| + |a-5| - 2a + 6 \tag{2}$$

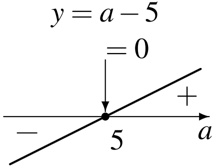
має розв'язки?

Розв'язання. Оскільки рівняння $|x| = b$ має розв'язки лише при $b \geq 0$, то рівняння (2) має розв'язки тільки тоді, коли

$$|a-3| + |a-5| - 2a + 6 \geq 0.$$

Розв'яжемо цю нерівність методом інтервалів.





a	$a<3$	$3<a<5$	$a>5$
$a-3$	$-$	$+$	$+$
$a-5$	$-$	$-$	$+$

Приклади

$3 \qquad 5 \qquad a$

$a-3$	$-$	$+$	$+$
$a-5$	$-$	$-$	$+$

Після розбиття числової прямої на проміжки $(-\infty,3),[3;5),[5,\infty)$ отримаємо рівносильну даній нерівності сукупність трьох систем:

$$|a-3|+|a-5|-2a+6\geq 0 \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a\in(-\infty,3), \\ -(a-3)-(a-5)-2a+6\geq 0, \end{cases} \\ \begin{cases} a\in[3;5), \\ a-3-(a-5)-2a+6\geq 0, \end{cases} \\ \begin{cases} a\in[5,\infty), \\ a-3+a-5-2a+6\geq 0. \end{cases} \end{array}\right.$$

Приклади

Розв'яжемо кожну з нерівностей, які входять до систем:

1) $-(a-3)-(a-5)-2a+6 \geq 0 \iff$

$\iff -a+3-a+5-2a+6 \geq 0 \iff$

$\iff -4a \geq -14 \iff a \leq 3,5 \iff a \in (-\infty; 3,5]$;

2) $a-3-(a-5)-2a+6 \geq 0 \iff a-3-a+5-2a+6 \geq 0 \iff$

$\iff -2a \geq -8 \iff a \leq 4 \iff a \in (-\infty; 4]$;

3) $a-3+a-5-2a+6 \geq 0 \iff 1 \geq 0$ (хибна нерівність) $\iff$

$\iff x \in \varnothing$.

Розв'яжемо тепер кожну з систем сукупності, яка після розв'язання нерівностей набуває вигляду:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \in (-\infty, 3), \\ a \in (-\infty; 3,5], \end{cases} \\ \begin{cases} a \in [3; 5), \\ a \in (-\infty; 4], \end{cases} \\ \begin{cases} a \in [5, \infty), \\ a \in \varnothing. \end{cases} \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} a \in (-\infty, 3), \\ a \in [3; 4], \\ a \in \varnothing. \end{array}\right.$$

Приклади

Розв'яжемо кожну з нерівностей, які входять до систем:

1) $-(a-3)-(a-5)-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -a+3-a+5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -4a \geq -14 \Longleftrightarrow a \leq 3,5 \Longleftrightarrow a \in (-\infty; 3,5]$;

2) $a-3-(a-5)-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow a-3-a+5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -2a \geq -8 \Longleftrightarrow a \leq 4 \Longleftrightarrow a \in (-\infty; 4]$;

3) $a-3+a-5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow 1 \geq 0$ (хибна нерівність) $\Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow x \in \varnothing$.

Розв'яжемо тепер кожну з систем сукупності, яка після розв'язання нерівностей набуває вигляду:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \in (-\infty, 3), \\ a \in (-\infty; 3,5], \end{cases} \\ \begin{cases} a \in [3; 5), \\ a \in (-\infty; 4], \end{cases} \\ \begin{cases} a \in [5, \infty), \\ a \in \varnothing. \end{cases} \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \in (-\infty, 3), \\ a \in [3; 4], \\ a \in \varnothing. \end{array}\right.$$

Приклади

Розв'яжемо кожну з нерівностей, які входять до систем:

1) $-(a-3)-(a-5)-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -a+3-a+5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -4a \geq -14 \Longleftrightarrow a \leq 3,5 \Longleftrightarrow a \in (-\infty; 3,5]$;

2) $a-3-(a-5)-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow a-3-a+5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -2a \geq -8 \Longleftrightarrow a \leq 4 \Longleftrightarrow a \in (-\infty; 4]$;

3) $a-3+a-5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow 1 \geq 0$ (хибна нерівність) $\Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow x \in \varnothing$.

Розв'яжемо тепер кожну з систем сукупності, яка після розв'язання нерівностей набуває вигляду:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \in (-\infty, 3), \\ a \in (-\infty; 3,5], \end{cases} \\ \begin{cases} a \in [3;5), \\ a \in (-\infty; 4], \end{cases} \\ \begin{cases} a \in [5, \infty), \\ a \in \varnothing. \end{cases} \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \in (-\infty, 3), \\ a \in [3;4], \\ a \in \varnothing. \end{array}\right.$$

Приклади

Розв'яжемо кожну з нерівностей, які входять до систем:

1) $-(a-3)-(a-5)-2a+6 \geq 0 \iff$

$\iff -a+3-a+5-2a+6 \geq 0 \iff$

$\iff -4a \geq -14 \iff a \leq 3,5 \iff a \in (-\infty; 3,5];$

2) $a-3-(a-5)-2a+6 \geq 0 \iff a-3-a+5-2a+6 \geq 0 \iff$

$\iff -2a \geq -8 \iff a \leq 4 \iff a \in (-\infty; 4];$

3) $a-3+a-5-2a+6 \geq 0 \iff 1 \geq 0$ (хибна нерівність) $\iff$

$\iff x \in \varnothing.$

Розв'яжемо тепер кожну з систем сукупності, яка після розв'язання нерівностей набуває вигляду:

$$\left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} a \in (-\infty, 3), \\ a \in (-\infty; 3,5], \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} a \in [3; 5), \\ a \in (-\infty; 4], \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} a \in [5, \infty), \\ a \in \varnothing. \end{array}\right. \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} a \in (-\infty, 3), \\ a \in [3; 4], \\ a \in \varnothing. \end{array}\right.$$

Приклади

Розв'яжемо кожну з нерівностей, які входять до систем:

1) $-(a-3)-(a-5)-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -a+3-a+5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -4a \geq -14 \Longleftrightarrow a \leq 3,5 \Longleftrightarrow a \in (-\infty; 3,5]$;

2) $a-3-(a-5)-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow a-3-a+5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -2a \geq -8 \Longleftrightarrow a \leq 4 \Longleftrightarrow a \in (-\infty; 4]$;

3) $a-3+a-5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow 1 \geq 0$ (хибна нерівність) $\Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow x \in \varnothing$.

Розв'яжемо тепер кожну з систем сукупності, яка після розв'язання нерівностей набуває вигляду:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \in (-\infty, 3), \\ a \in (-\infty; 3,5], \end{cases} \\ \begin{cases} a \in [3; 5), \\ a \in (-\infty; 4], \end{cases} \\ \begin{cases} a \in [5, \infty), \\ a \in \varnothing. \end{cases} \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \in (-\infty, 3), \\ a \in [3; 4], \\ a \in \varnothing. \end{array}\right.$$

Приклади

Розв'яжемо кожну з нерівностей, які входять до систем:

1) $-(a-3)-(a-5)-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -a+3-a+5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -4a \geq -14 \Longleftrightarrow a \leq 3,5 \Longleftrightarrow a \in (-\infty; 3,5];$

2) $a-3-(a-5)-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow a-3-a+5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow -2a \geq -8 \Longleftrightarrow a \leq 4 \Longleftrightarrow a \in (-\infty; 4];$

3) $a-3+a-5-2a+6 \geq 0 \Longleftrightarrow 1 \geq 0$ (хибна нерівність) $\Longleftrightarrow$

$\Longleftrightarrow x \in \varnothing.$

Розв'яжемо тепер кожну з систем сукупності, яка після розв'язання нерівностей набуває вигляду:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \in (-\infty, 3), \\ a \in (-\infty; 3,5], \end{cases} \\ \begin{cases} a \in [3; 5), \\ a \in (-\infty; 4], \end{cases} \\ \begin{cases} a \in [5, \infty), \\ a \in \varnothing. \end{cases} \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \in (-\infty, 3), \\ a \in [3; 4], \\ a \in \varnothing. \end{array}\right.$$

Приклади

$$\left[\begin{array}{l} a \in (-\infty, 3), \\ a \in [3;4], \\ a \in \varnothing. \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{ll} a \in (-\infty, 3), & \qquad A \\ a \in [3;4]. & \qquad B \end{array}\right.$$

Нарешті, об'єднуючи множини A і B, знаходимо множину розв'язків:

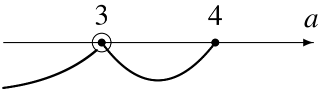
$A \cup B = (-\infty, 4]$.

Відповідь: при $a \in (-\infty, 4]$.

Приклади

$$\left[\begin{array}{l} a\in(-\infty,3), \\ a\in[3;4], \\ a\in\varnothing. \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{ll} a\in(-\infty,3), & A \\ a\in[3;4]. & B \end{array}\right.$$

Нарешті, об'єднуючи множини A і B, знаходимо множину розв'язків:



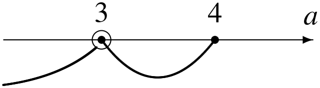
$A\cup B=(-\infty,4]$.

Відповідь: при $a\in(-\infty,4]$.

Приклади

$$\left[\begin{array}{l} a \in (-\infty, 3), \\ a \in [3;4], \\ a \in \varnothing. \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{ll} a \in (-\infty, 3), & A \\ a \in [3;4]. & B \end{array}\right.$$

Нарешті, об'єднуючи множини A і B, знаходимо множину розв'язків:



$A \cup B = (-\infty, 4]$.

В і д п о в і д ь: при $a \in (-\infty, 4]$.